**Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка**

**фізико-математичний факультет**

**кафедра математики**

1. **Загальна інформація про курс**

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва курсу, мова викладання** | Теорія наближень, мова викладання – українська |
| **Викладач** | Сорич Віктор Андрійович, доцент |
| **Профайл викладача** | [http://math.kpnu.edu.ua/kaf//](http://math.kpnu.edu.ua/kaf/)sorych |
| **E-mail:** | viktor\_sorych@kpnu.edu.ua |
| **Сторінка курсу в MOODLE** | <https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=943> |
| **Консультації** | Щовівторка на фізико-математичному факультеті з 14.20 до 15.20 год. |

1. **Анотація курсу**

Основними завданнями вивчення дисципліни “Теорія наближень” є: ознайомлення із основними (класичними) методами, результатами та задачами теорії наближень, закладеними в роботах Чебишева, Вейєрштрасса, Бернштейна та ін. про наближення многочленами індивідуальних функцій та їх класів; формування широкого погляду на математичний аналіз та методи його досліджень, проектуючи отриманні знання на застосування таких підходів; поглиблення знань класичного математичного аналізу; ознайомлення із сучасними підходами до класифікації функцій, зокрема періодичних, що базуються на поняттях -похідної та -інтеграла, запропонованих О.І.Степанцем, постановками екстремальних задач на таких класах і зв’язок їх із класичними задачами теорії наближень.

Курс "Теорія наближень " належить до дисциплін професійної підготовки.

Тип дисципліни: нормативна.

1. **Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Мета**: ґрунтовна математична підготовка бакалавра, розвиток його логічного мислення, глибоке наукове обґрунтування фундаментальних понять шкільного курсу математики: функції, границі, неперервності, інтеграла, многочлена та методів наближеного подання довільних функцій за допомогою найпростіших аналітичних апаратів, оволодіння математичними методами пізнання навколишнього світу, відомостями з історії розвитку математики і т.п.

**Завдання**: ознайомлення із основними (класичними) методами, результатами та задачами теорії наближень, закладеними в роботах Чебишева, Вейєрштрасса, Бернштейна та ін. про наближення многочленами індивідуальних функцій та їх класів; формування широкого погляду на математичний аналіз та методи його досліджень, проектуючи отримані знання на застосування таких підходів у шкільному курсі математики; поглиблення знань класичного математичного аналізу; ознайомлення із сучасними підходами до класифікації функцій, зокрема періодичних, що базуються на поняттях -похідної та -інтеграла, запропонованих О.І.Степанцем, постановками екстремальних задач на таких класах і зв’язок їх із класичними задачами теорії наближень.

**4. Формат курсу**

Стандартний очний навчальний курс.

1. **Результати навчання**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен вміти:

* застосовувати різні методи (алгебраїчні, опуклого аналізу, теорії функцій, функціонального аналізу) до розв’язування найпростіших задач теорії наближень;
* використовувати теореми Вейєрштрасса рівномірної апроксимації функцій при розв’язуванні окремих задач математичного аналізу;
* знаходити многочлен найкращого наближення окремих індивідуальних функцій;
* розвивати періодичну функцію в ряд Фур’є;
* знаходити -похідні функції;

Тип дисципліни: нормативна.

**6. Обсяг і ознаки курсу**

|  |  |
| --- | --- |
| **Найменування показників** | **Характеристика навчальної дисципліни** |
| **денна форма навчання** |
| Рік навчання | 4 |
| Семестр вивчення | 7-й |
| Кількість кредитів ЄКТС | 4 |
| Загальний обсяг годин | 120 |
| Кількість годин навчальних занять | 40 |
| Лекційні заняття |  20 |
| Практичні заняття | 20 |
| Семінарські заняття | - |
| Лабораторні заняття | - |
| Самостійна та індивідуальна робота | 80 |
| Форма підсумкового контролю |  залік |

**7. Політика** **курсу**

*Норми етичної поведінки.* Відповідно до діючого в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка кодексу академічної доброчесності, всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

*Академічна доброчесність.* Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Студенти не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилаються на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання.

*Відвідування занять.* Очікується, що всі студенти відвідають усі практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.

*Поведінка в аудиторіях університету.* Очікується, що впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності.

*Підсумковий контроль.* Семестрові заліки з даного предмету забезпечують два підсумкових контролі, що полягають в оцінюванні рівня засвоєння студентом навчального матеріалу та набування необхідних професійних вмінь на підставі оцінок, отриманих ним на практичних заняттях і за результатами написання модульних контрольних робіт. Перескладання заліку відбувається у встановлений деканатом термін. Процедура перескладання заліку включає в себе демонстрацію студентом-боржником теоретичних знань і практичних навичок і вмінь з певної теми курсу, а також написання модульних контрольних робіт (якщо роботи були написані на незадовільні оцінки).

### 8. Програма навчальної дисципліни

**Денна форма навчання**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Кількість акад. год. | Тема, план | Форма заняття | Завдання | Вага оцінки (балів) |
| 12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)  | Тема **1.Теореми Вейєрштрасса рівномірної апроксимації функцій многочленами**1. Перша теорема Вейєрштрасса.
2. Друга теорема Вейєрштрасса.

3.Зв’язок теорем Вейєрштрасса між собою.4.Поширення теорем Вейєрштрасса на інші множини функцій. | практичне заняття | 1. Пригадати формулювання першої та другої теорем Вейєрштрасса, їхні конструктивні реалізації на інтерполяційних многочленах: а) Бернштейна – алгебраїчний випадок;б) Валле-Пуссена – тригонометричний випадок.2 . Розв’язати практичні завдання. | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)  | Тема 2. **Многочлени найкращого наближення**1. Теорема Бореля існування алгебраїчного(тригонометричного) многочлена найкращого наближення.

2.Число коренів тригонометричного многочлена.3.Теореми Чебишева про характеризацію многочлена найкращого наближення.4.Теореми Валле-Пуссена про оцінку величини найкращого наближення алгебраїчним(тригонометричним) многочленом.5.Многочлени Чебишева. Деякі властивості многочленів Чебишева. | практичне заняття | 1. Розуміти зміст теорем Бореля, Чебишева.
2. Навчитися знаходити чешев-ський альтернанс у елементарних задачах найкращого наближення.
3. Розв’язати практичні завдання.
 | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)  | Тема3. **Тригонометричні многочле-ни найкращого наближення** 1. Теорема Бореля існування тригонометричного многочлена найкращого наближення.
2. Число коренів тригонометричного многочлена.
3. Теорема Чебишева про ха-рактеризацію тригонометричного многочлена найкращого набли-ження.
4. Теорема Валле-Пуссена про оцінку величини найкращого наближення тригонометричним многочленом.
5. Многочлени Чебишева. Чебишовський альтернанс.
6. Єдиність многочлена найкращого наближення даної неперервної функції.
 | практичне заняття | 1. Пригадати формулювання теорем Бореля, Чебишева у періодичному випадку.
2. Бачити схожість та відмінність побудови триго-нометричних многочленів найкращого наближення з алгебраїчним випадком.
3. Розв’язати практичні завдання.
 | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)  | Тема 4. **Ряди Фур’є. Збіжність рядів Фур’є**1. Поняття ряду Фур’є. Коефіцієнти Фур’є.
2. Інтегральне зображення частинних сум  ряду Фур’є та їх середніх арифметичних .

3.Наближення функцій в середньому квадратичному. Властивість коефіці-єнтів Фур’є. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.1. Збіжність і рівномірна збіж-ність ряду Фур’є.
 | практичне заняття | 1. Повторити формули відшукання коефіцієнтів Фур’є.

2.Вміти зображати частинні суми та їх середні арифметич-ні рядів Фур’є в інтегральному вигляді.3. Розв’язати практичні завдання. | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)  | Тема 5. **Класи періодичних функцій**1. Класи диференційовних функцій.
2. Спряжені функції та їх класи.
3. Класи Вейля-Надя.
4. Класи Степанця О.І.
5. Задачі теорії наближення на класах функцій.
 | практичне заняття | 1. Розуміти суть класифікації диференційовних функцій .
2. Розглянути основні типи задач теорії наближення на класах функцій.
3. Розв’язати практичні завдання.
 | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)  | Тема 6. **Розв’язування практичних задач з дисципліни** | практичне заняття | Розв’язати задачі:1.Розвинути у ряд Фур’є функцію. Користую-чись розвиненням, знайти суми рядів  та , написати формулу Парсеваля функції .2.При кожному  для функції  знайти многочлен Бернштейна  на відрізку , та відстань  між функцією  та її інтерпо-люючим многочленом  в метриці простору .3. Знайти лінійний многочлен, що найменше відхиляється на відрізку  в розумінні неперервної метрики від функції .3.Знаючи, що функція  ( клас Вейля-Надя) записати у вигляді інтеграла її похідну . | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 2 год.  | **МКР** | самостійна робота |  | Модульна контрольна робота містить чотири задачі, кожна з яких оцінюється в 10 балів. Максимальна кількість балів за МКР 40 балів, мінімальна – 24 бали (60% від максимальних 40 балів). |

### 9. Форми поточного та підсумкового контролю.

Усний контроль на практичних заняттях, письмовий контроль під час написання модульної контрольної роботи.

**РОЗПОДІЛ БАЛІВ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Поточний і модульний контроль (100 балів)** | **Сума** |
| Змістовий модуль 1 | 100 |
| Поточний контроль | МКР | Колоквіум |
| 30 балів | 40 балів | 30 балів |

### ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ – 30 балів.

Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною системою за наступними критеріями:

|  |  |
| --- | --- |
| **Бали** | **Критерії оцінювання** |
| 12 | Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно без сторонньої допомоги справляється з практичними завданнями |
| 10-11 | Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно розв’язує практичні завдання, але при розв’язанні допускає помилки і неточності. |
| 7-9 | Студент недостатньо володіє теоретичним матеріалом, при розв’язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує підказок, при викладі теоретичного матеріалу допускає неточності, помилки. |
| 5-6 | Студент не володіє теоретичним матеріалом, при розв’язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує суттєвих підказок |
| 1-4 | Студент не володіє теоретичним матеріалом і розв’язує практичне завдання при суттєвій допомозі викладача та студентів  |
| 0 | Не володіє теоретичним матеріалом, не виконав домашнього завдання, не може розв’язувати практичні завдання навіть при суттєвій допомозі викладача та студентів |

Виводиться середнє арифметичне зароблених на практичних заняттях оцінок і бали за змістовий модуль нараховуються відповідно до „Тимчасового положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень студентів”.

**Підсумковий рейтинг з кредитного модуля (дисципліни).**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Рейтингова оцінка з кредитного модуля** | **Оцінка за шкалою ЕСТS** | **Рекомендовані системою ЕСТS статистичні значення (у %)** | **Національна залікова оцінка** |
| 90-100  | А (відмінно) | 10 | зараховано |
| 82-89 | В (дуже добре) | 25 |
| 75-81 | С (добре) | 30 |
| 67-74 | D (задовільно) | 25 |
| 60-66 | Е (достатньо) | 10 |
| 35-59 | FX (незадовільно з можливістю повторного складання) |  | не зараховано |
| 34 і менше | F (незадовільно з обов’язковим проведенням додаткової роботи щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля) |  |

1. **Рекомендована література**
2. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации / Н.И.Ахиезер.– М.: Наука, 1970. – 303 с.
3. Дзядык В.К. Введение в теории равномерного приближения функций полиномами/В.К. Дзядык– М.: Наука, 1977.- 512 с.
4. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения/Н.П. Корнейчук– М.: Наука, 1976.- 320 с.
5. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной/И.П. Натансон .-М.: Наука, 1974. – 480 с.
6. Натансон И.П. Конструктивная теория функций.– М.: Гостехиздат, 1949.- 688 с.
7. Никольский С.М. Об асимптотическом поведении остатка при приближении функций, удовлетворяющих условию Липшица, суммами Фейера// Изв.АН СССР, Сер.мат.- 1940. 4, № 6. – с. 501-508.
8. Нестеренко О.Н. Елементи теорії наближень : навч.посібник/ О.Н. Нестеренко – К.: сайт мех.мат. ф-ту КНУ ім. Тараса Шевченка, 2013. – 53 с.
9. Степанец А.И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами/ А.И. Степанец .-К.: Наук.думка, 1981.- 340 с.
10. Степанец А.И. Методы теории приближений: В 2 ч./ А.И. Степанец– К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002.– ч.І.- 427 с.
11. Степанец А.И. Методы теории приближений: В 2 ч./ А.И. Степанец.– К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002.– – ч.ІІ.- 468 с.
12. Тиман М.Ф. Аппроксимация и свойства периодических функций / М.Ф.Тиман. – К.: Наукова думка, 2009. – 376 с.
13. Тиман А.Ф. Теория приближений функций действительного переменного / А.Ф.Тиман. – М.: Физматгиз, 1960. – 624 с.

 **Додаткова література**

1. Бари Н.К. Тригонометрические ряды / Н.К. Бари. – М.: Гос. издат. техн.-теор. лит, 1961.- 936 с.
2. Дороговцев А.Я. Математический анализ: справочное пособие / А.Я.Дороговцев. – К.: Вища школа, 1985. – 528 с.
3. Виленкин Н.Я. Задачник по курсу математического анализа/ под ред. Н.Я. Виленкина.- М.: Просвещение. 1971.- 336 с.
4. Кальчук І.В. Елементи теорії наближень. Навч .посібник/ І.В. Кальчук, Ю.І. Харкевич.- Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2017. – 106 с.
5. Сорич В.А. Наилучшее совместное приближение функций и их производных / В.А. Сорич .- К.: 1989.- с.3-54.- ( Препр./ АН УССР. Ин-т математики; 89.19 ).
6. Сорич Н.М. Практикум з математичного аналізу. Навч. посібник./ Н.М. Сорич, В.А. Сорич.- Кам’янець-Подільський: Кам’янець- Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2018.- 67 с.
7. Степанец А.И. Совместное приближение периодических функций и их производных суммами Фурье/ А.И. Степанец, Н.Н. Сорич // Матем.Заметки, 1984, 36, № 6 с. 873-882.
8. Шунда Н.М. Практикум з математичного аналізу: інтегральне числення. Ряди: навч.посібник / Н.М. Шунда, А.А.Томусяк. – К.: Вища школа, 1995. – 541 с.
9. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления/ Г.М. Фихтенгольц –М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. Литературы. 1970. –Т.2, - 800 с.; -Т.3, - 782 с.