**Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка**

**фізико-математичний факультет**

**кафедра математики**

1. **Загальна інформація про курс**

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва курсу, мова викладання** | Числові системи – українська |
| **Викладач** | Сорич Віктор Андрійович, доцент |
| **Профайл викладача** | <http://math.kpnu.edu.ua/kaf/sorych/> |
| **E-mail:** | sorych@kpnu.edu.ua |
| **Сторінка курсу в MOODLE** | <https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=943> |
| **Консультації** | Щопонеділка на фізико-математичному факультеті з 14.20 до 15.20 год. |

1. **Анотація курсу**

Основними завданнями вивчення дисципліни числові системи є

* ознайомлення студентів із основними напрямками обґрунтування основ сучасної математики;
* навчити загальновживаним підходам при аксіоматичній побудові кожної із числових структур;
* осмислення історії виникнення проблем в обґрунтуванні математики; основні вимоги, що ставляться до систем аксіом;
* навчити демонструвати фрагменти кожної із окремих числових систем в рамках змістовної аксіоматичної теорії;

Курс " Числові системи " належить до дисциплін професійної підготовки.

Тип дисципліни: нормативна.

1. **Мета та завдання курсу**

Метою викладання навчальної дисципліни " Числові системи " є ґрунтовна математична підготовка спеціаліста, розвиток його логічного мислення, глибоке наукове обґрунтування фундаментальних понять шкільного курсу математики. Побудова всіх числових систем: півкільця натуральних чисел, кільця цілих чисел, поля раціональних, поля дійсних і поля комплексних чисел – здійснюються в курсі аксіоматично, на базі сучасних алгебраїчних уявлень.

**4. Формат курсу**

Стандартний очний навчальний курс.

**5. Результати навчання**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

***знати:***

* питання історичного розвитку числових систем;
* логічну будову математики з точки зору аксіоматичного підходу та особливості її змісту в кожній із числових систем;
* основні напрями обґрунтування основ сучасної математики;
* поняття (аксіоматична теорія, модель системи аксіом, несуперечливість, повнота і незалежність системи аксіом тощо) та підходи вирішення вимог, що ставляться до систем аксіом в рамках змістовної аксіоматичної теорії;
* формування аксіом в означеннях кожної із числових систем (натуральних, цілих, раціональних, дійсних, комплексних чисел) та розуміння цих аксіом при доведенні математичних тверджень.

***вміти***:

* демонструвати фрагменти побудови кожної із окремих числових систем в рамках змістовної аксіоматичної теорії;
* перевіряти виконання основних вимог, що ставляться до систем аксіом;
* розв’язувати типові задачі практичного змісту на властивості, як числових систем так і окремих чисел, що входять до них.

**6. Обсяг і ознаки курсу**

|  |  |
| --- | --- |
| **Найменування показників** | **Характеристика навчальної дисципліни** |
| **денна форма навчання** |
| Рік навчання | 3 |
| Семестр вивчення | 5-й |
| Кількість кредитів ЄКТС | 4 |
| Загальний обсяг годин | 120 |
| Кількість годин навчальних занять | 48 |
| Лекційні заняття | 26 |
| Практичні заняття | 22 |
| Семінарські заняття | - |
| Лабораторні заняття | - |
| Самостійна та індивідуальна робота | 72 |
| Форма підсумкового контролю | екзамен |

**7. Політики** **курсу**

*Норми етичної поведінки.* Відповідно до діючого в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка кодексу академічної доброчесності, всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

*Академічна доброчесність.* Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Студенти не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилаються на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання.

*Відвідування занять.* Очікується, що всі студенти відвідають усі практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.

*Поведінка в аудиторіях університету.* Очікується, що впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності.

*Підсумковий контроль.* Семестрові заліки з даного предмету забезпечують два підсумкових контролі, що полягають в оцінюванні рівня засвоєння студентом навчального матеріалу та набування необхідних професійних вмінь на підставі оцінок, отриманих ним на практичних заняттях і за результатами написання модульних контрольних робіт. Перескладання заліку відбувається у встановлений деканатом термін. Процедура перескладання заліку включає в себе демонстрацію студентом-боржником теоретичних знань і практичних навичок і вмінь з певної теми курсу, а також написання модульних контрольних робіт (якщо роботи були написані на незадовільні оцінки).

### 8. Програма навчальної дисципліни

**Денна форма навчання**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Кількість акад. год.** | **Тема, план**  | **Форма заняття** | **Завдання** | **Вага оцінки****(балів)** |
| 8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота) | Тема № 1. Аксіоматичний метод у математиці1. Кризові явища в основах математики.2. Основні напрямки обгрунтування основ сучасної математики:а) логіцизм;б) інтуїціонізм;в) формалізм.3. Задачі обгрунтування математики.4 .Аксіоматичний метод та пов’язані з ним вимоги. | практичне заняття | 1. Знати три основні кризи в основах математики та основні напрямки обгрунтування шляхів розв’язання цих питань.

2. Розуміти вимоги, що ставляться до систем аксіом.3. Розв’язати практичні завдання. | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 9 год (2 год – аудиторні, 7 год – самостійна робота) | Тема 2.Теорія натуральних чисел* + - 1. Аксіоми Пеано та найпростіші наслідки з них.
			2. Додавання та його властивості.
			3. Множення та його властивості (письмово).
			4. Впорядкування натуральних чисел (письмово).
 | практичне заняття | 1. Знати систему аксіом Пеано, як загальновживану при аксіоматичній побудові натуральних чисел.
2. Вміти аксіоматично будувати деякі фрагменти (твердження) теорії арифметики.
3. Розв’язати практичні завдання.
 | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота) | Тема 3. Властивості кілець1.Аксіоматика кільця.2. Упорядковані кільця.3. Дискретні та щільні кільця.4. Критерій дискретності та щільності упорядкованого кільця. | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику довільного кільця.
2. Вміти аналізувати властивості операцій та відношень в кільцях.
3. Розв’язати практичні завдання.
 |
| 9 год (2 год – аудиторні, 7 год – самостійна робота) | Тема 4. Кільце цілих чисел 1. Аксіоматика кільця цілих чисел.2. Властивості різниць.3. Властивості модуля числа.4. Впорядкованість кільця цілих чисел.5.Властивості системи аксіом кільця цілих чисел. | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику кільця цілих чисел. 2. Вміти аксіоматично будувати фрагменти (твердження) теорії цілих чисел. 3. Розв’язати практичні завдання.  |
| 8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота) | Тема 5. Аксіоматика поля1.Аксіоматика поля.2. Існування частки в полі.3. Властивості часток.4. Архімедівський порядок в полі. | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику довільного поля.2. Вміти аналізувати властивості операцій та відношень в абстрактних полях.3. Розв’язати практичні завдання. |
| 9 год (2 год – аудиторні, 7 год – самостійна робота) | Тема 6. Поле раціональних чисел1. Аксіоматика поля раціональних чисел.2. Впорядкованість поля раціональних чисел.3. Порядок в полі раціональних чисел, як продовження порядку в кільці цілих чисел.4. Несуперечливість системи аксіом раціональних чисел. 5. Категоричність системи аксіом раціональних чисел. | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику поля раціональних чисел.

 2. Вміти аксіоматично будувати фрагменти (твердження) теорії поля раціональних чисел. 3. Розв’язати практичні завдання. |
| 8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота) | Тема 7. Повні поля1. Нормовані поля. Приклади норм. Властивості.2. Збіжні та фундаментальні послідовності в нормованих полях. Властивості.3. Арифметичні теореми для фундаментальних і збіжних послідовностей. | практичне заняття | 1. Знати ідеї побудови теорії дійсного числа на основі фундаментальних послідовностей.2. Орієнтуватися в таких поняттях : норма, збіжна та фундаментальна послідовність. Знати їх властивості.3. Розв’язати практичні завдання. |
| 9 год (2 год – аудиторні, 7 год – самостійна робота) | Тема 8. Поле дійсних чисел1. Необхідність розширення поля раціональних чисел.2. Означення поля дійсних чисел. Система аксіом поля дійсних чисел.3. Несуперечливість системи аксіом поля дійсних чисел.4. Геометрична прогресія. Збіжність геометричного ряду. Перетворення періодичного десяткового дробу у звичайний.5. Зображення дійсних чисел системними дробами.* + - 1. Зображення дійсних чисел ланцюговими дробами.
 | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику поля дійсних чисел.

 2. Вміти аксіоматично будувати фрагменти (твердження) теорії поля дійсних чисел. 3. Розв’язати практичні завдання. | На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття. |
| 9 год (2 год – аудиторні, 7 год – самостійна робота) | Тема 9.Поле комплексних чисел1. Аксіоматика поля комплексних чисел.2. Подання комплексного числа в алгебраїчній формі.3. Невпорядкованість поля комплексних чисел.4. Алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел.5. Несуперечливість системи аксіом поля комплексних чисел. | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику поля комплексних чисел.

 2. Вміти аксіоматично будувати фрагменти (твердження) теорії поля комплексних чисел. 3. Розв’язати практичні завдання. |
| 9 год (2 год – аудиторні, 7 год – самостійна робота) | Тема 10. Алгебри з діленням над числовим полем1. Алгебри з діленням над полем дійсних чисел.2. Кватерніони.3. Алгебра з діленням над полем комплексних чисел.4. Теорема Фробеніуса. | практичне заняття | 1. Знати аксіоматику тіла кватерніонів. 2. Вміти аксіоматично будувати фрагменти (твердження) теорії тіла кватерніонів. 3. Розв’язати практичні завдання. |
| 6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота) | Тема 11. Розв’язування задач (підготовка до МКР) | практичне заняття | 1. Нехай 2=S(1), 4=S(S(S(1))). Довести, користуючись аксіоматикою Пеано, що $2∙2=4.$ 2. Довести, що довжина принаймні одного із катетів піфагорового трикутника (прямокутного трикутника з цілочисловими сторонами) ділиться на 3.3. Чи раціональне число $x$ , де $x=\frac{1}{1+\sqrt{8-\sqrt{28}}}+\frac{1}{1-\sqrt{8+\sqrt{28}}}$ ?4. Довести, що число$\sqrt[ 3]{2}$ не можна записати у вигляді $p+q\sqrt{r}$ , де $p, q, r –$раціональні числа, $r>0.$ 5. Подати в тригонометричній формі комплексне число $z=1-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$. |  |
| 2 год  | МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА  | самостійна робота | Повторити матеріал практичних занять. | Модульна контрольна робота (МКР) містить п’ять задач, кожна з яких оцінюється в 7 балів. Максимальна кількість балів за МКР – 35 балів, мінімальна – 21 бал (60% від максимальних 35 балів). |

### 9. Форми поточного та підсумкового контролю.

Усний контроль на практичних заняттях, письмовий контроль під час написання модульної контрольної роботи.

**10. Критерії та норми оцінювання знань, умінь і навичок студентів з навчальної дисципліни. Розподіл балів, які отримують студенти**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Поточний і модульний контроль (60 балів)** | **Екзамен** | **Сума** |
| Змістовий модуль  | 40 | 100 |
| Поточний контроль |  | МКР |
| 25 балів |  | 35 балів |

Модульна контрольна робота містять п’ять задач. Кожна задача модульної контрольної роботи оцінюється в 7 балів (max).

###  ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ – 25 балів.

Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною системою за наступними критеріями:

|  |  |
| --- | --- |
| **Бали** | **Критерії оцінювання** |
| 12 | Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно без сторонньої допомоги справляється з практичними завданнями |
| 10-11 | Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно розв’язує практичні завдання, але при розв’язанні допускає помилки і неточності. |
| 7-9 | Студент недостатньо володіє теоретичним матеріалом, при розв’язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує підказок, при викладі теоретичного матеріалу допускає неточності, помилки. |
| 5-6 | Студент не володіє теоретичним матеріалом, при розв’язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує суттєвих підказок |
| 1-4 | Студент не володіє теоретичним матеріалом і розв’язує практичне завдання при суттєвій допомозі викладача та студентів  |
| 0 | Не володіє теоретичним матеріалом, не виконав домашнього завдання, не може розв’язувати практичні завдання навіть при суттєвій допомозі викладача та студентів |

Виводиться середнє арифметичне зароблених на практичних заняттях оцінок і бали за змістовий модуль нараховуються відповідно до „Тимчасового положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень студентів”.

Якщо студент набирає ≥ 36 балів, то його допускають до здачі іспиту.

Якщо ж студент набирає < 36 балів, то його не допускають до здачі іспиту.

Якщо на екзамені студент набирає ≥ 24 балів, то екзамен здано успішно.У іншому випадку (< 24) – екзамен не здано.

**Таблиця відповідності шкал оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Рейтингова оцінка з навчальної дисципліни** | **Оцінка за шкалою ЕСТS** | **Рекомендовані системою ЕСТS статистичні значення (у %)** | **Екзаменаційна оцінка за національною шкалою** | **Національна залікова оцінка** |
| 90-100 і більше | А (відмінно) | 10 | відмінно | зараховано |
| 82-89 | В (дуже добре) | 25 | добре |
| 75-81 | С (добре) | 30 |
| 67-74 | D (задовільно) | 25 | задовільно |
| 60-66 | Е (достатньо) | 10 |
| 35-59 | FX (незадовільно з можливістю повторного складання) |  | незадовільно | не зараховано |
| 34 і менше | F (незадовільно з обов’язковим проведенням додаткової роботи щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля) |  |

**11. Рекомендована література**

1. Вивальнюк Л.М. Числові системи / Л.М.Вивальнюк. – К.: ВШ, 1977.- 184 с.
2. Вивальнюк Л.М. Числові системи / Л.М.Вивальнюк, В.К.Григоренко, С.С.Левіщенко.– К.: ВШ, 1988.-272 с.
3. Колмогоров А.Н. Научные основы школьного курса математики / А.Н.Колмогоров // Математика в шк. Лекция 1.– 1969.- № 3.- с. 12-17; Лекция 2.– 1969.- № 5.- с. 8-17; Лекция 3.– 1970.- № 2.- с. 27-32.
4. Колмогоров А.Н. О системе основных понятий и обозначений для школьного курса математики / А.Н.Колмогоров // Математика в шк.– 1971.- № 2.- с. 17-22.
5. Кужель О.В. Основи арифметики / О.В.Кужель.– К.: Рад. шк., 1965.- 131 с.
6. Ландау Э. Основы анализа / Э.Ландау.– М.: Изд-во иностр. лит., 1947.- 182 с.
7. Нечаев В.И. Числовые системы / В.И.Нечаев.– М.: Прос.-е, 1975.- 199 с.
8. Проскуряков И.В. Числа и многочлены / И.В.Проскуряков.– М.: Прос.-е, 1965.- 284 с.
9. Сорич В.А. Числові системи / В.А.Сорич, Н.М.Сорич.– Кам’янець-Подільський: К-ПДПУ, 1996.- 53 с.
10. Сорич В.А. Практикум. Числові системи: навчальний посібник/ В.А. Сорич, Н.М. Сорич. – Кам’янець-Подільський: Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2019. – 71 с.
11. Феферман С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа / С.Феферман.– М.: Наука, 1971.- 440 с.
12. Кантор И.Л. Гиперкомплексные числа / И.Л.Кантор, А.С.Солодовников. – М.: Наука, 1973.- 144 с.
13. Клини С. Математическая логика / С.Клини. – М.: Мир, 1973.- 480 с.
14. Новиков П.С. Элементы математической логики.– 2-е изд.– М.: Наука, 1973.- 400 с.
15. Столл Роберт Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории / Роберт Р.Столл. – М.: Изд-во иностр. лит., 1968.- 231 с.
16. Успенский В.А. Теорема Геделя о неполноте: Популярные лекции по математике / В.А.Успенский.– М.: Наука, 1982.- 111 с.