**Силабус курсу «Сучасні задачі диференціальних рівнянь»**

**Кам’янець-Подільський національний університет**

**імені Івана Огієнка
 факультет фізико-математичний**

**кафедра математики**

 **Загальна інформація про курс**

|  |  |
| --- | --- |
|  **Назва курсу, мова викладання** | **Сучасні задачі диференціальних рівнянь,** українська |
| **Викладач** | **Теплінський Юрій Володимирович**, доктор ф.-м.наук, професор, професор кафедри математики, контактний телефон +380974701297 |
| **Профайл викладача** | <http://math.kpnu.edu.ua/kaf/teplinskiy/> |
| **E-mail:** | triton1950@ukr.net , teplinsky.yuriy@gmail.com  |
| **Консультації** | Четвер о 16.00 |

  **Анотація до курсу.** Цей курс містить основизагальної теорії лінійних систем диференціальних та різницевих рівнянь нормального виду, теорії динамічних систем в метричному просторі, теорії стійкості за Пуасоном, Лагранжем та Ляпуновим, а також постановку крайових задач, метод функції Гріна дослідження крайових задач та побудови інваріантних, зокрема, тороїдальних многовидів диференціальних та різницевих систем.

 **Мета та цілі курсу**. Метою викладання навчальної дисципліни “Сучасні задачі диференціальних рівнянь” є ознайомлення слухачів з сучасними методами дослідження стійкості руху, основою теорії динамічних систем, інваріантних торів та елементами теорії різницевих рівнянь.

Завданням вивчення дисципліни “ Сучасні задачі диферен­ціальних рівнянь ” є підвищення математичної культури студентів-математиків у галузі теорії диференціальних рівнянь, що сприятиме в майбутньому правильному вибору ними напрямку наукових досліджень.

 **Формат курсу** : стандартний очний курс

**Обсяг і ознаки курсу**

|  |  |
| --- | --- |
| Найменування показників |  Характеристика навчального курсу  |
| **денна форма навчання** | заочна форма навчання |
| Освітня програма, спеціальність | Середня освіта (Математика, інформатика)014 Середня освіта (Математика)  |   |
| Рік навчання/ рік викладання | Перший  |   |
| Семестр вивчення | перший |   |
| Нормативна/вибіркова |  Нормативна |   |
| Кількість кредитів ЄКТС | 4,5 кредити ЄКТС |   |
| Загальний обсяг годин | 135  |   |
| Кількість годин навчальних занять | 54 |   |
| Лекційні заняття | 36  |   |
| Практичні заняття | 18 |   |
| Семінарські заняття | 0  |   |
| Лабораторні заняття | 0  |   |
| Самостійна та індивідуальна робота | 81 |   |
| Форма підсумкового контролю | залік |   |

**Технічне й програмне забезпечення /обладнання**

 Вивчення курсу не потребує використання програмного забезпечення, крім загальновживаних програм і операційних систем.

**Схема курсу**

**Змістовий модуль 1**.Сучасні задачі диференціальних рівнянь

Основні питання:

1. Теорія стійкості в сенсі Ляпунова для лінійних та нелінійних систем.
2. Другий метод Ляпунова у вивченні стійкості руху. Основні поняття, стійкість нульового розв’язку. Знакосталі, знаковизначені та знакозмінні функції. Теореми Ляпунова про стійкість та асимптотичну стійкість для автономних систем.
3. Теореми Ляпунова про нестійкість руху.
4. Критерії стійкості руху за першим наближенням.
5. Автономні системи. Властивості розв’язків. Точки спокою, цикли.
6. Поняття динамічної системи в метричному просторі. Інваріантні множини та їх властивості. Приклади інваріантних множин.
7. Означення  та  - граничних точок. Множини  та .
8. Поняття стійкості руху за Пуасоном та Лагранжем. Приклади таких рухів. Їх властивості.
9. Лінійні розширення динамічних систем на торі. Функція Гріна задачі про інваріантний тор. Існування інваріантного тору лінійної системи диференціальних рівнянь. Побудова інваріантного тору нелінійної системи.
10. Багатоточкові крайові задачі. Зліченноточкові крайові задачі. Чисельно-аналітичний метод А.М. Самойленка.
11. Різницеві рівняння та системи рівнянь. Існування та стійкість розв’язків.
12. Інваріантні тори різницевих систем.

|  |  |
| --- | --- |
| **Назви змістових модулів і тем** | **Кількість годин** |
| **денна форма** | Заочна форма |
| усього  | **у тому числі** | усього  | у тому числі |
| л | п | лаб | інд | с.р. | л | п | лаб | інд | с.р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Змістовий модуль 1**. Сучасні задачі диференціальних рівнянь |
| Тема 1. Стійкість за Ляпуновим |  22 | 6 | 6 |  |  | 10 |   |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Динамічні системи |  34 | 12 | 4 |  |  | 18 |   |  |  |  |  |  |
| Тема 3. Інваріантні тори |  28 | 10 | 2 |  |  | 16 |   |  |  |  |  |  |
| Тема 4. Різницеві рівняння та системи |  25 | 4 |  4 |  |  | 17 |   |  |  |  |  |  |
| Тема 5. Диференціально-різницеві системи |  26 | 4 | 2 |  |  | 20 |   |  |  |  |  |  |
| Усього годин  |  135 | 36 | 18 |  |  | 81 |   |  |  |  |  |  |

**Система оцінювання та вимоги**

 **Контрольна робота та колоквіум**

КР містить 5 завдань, кожне оцінюється 10-ма балам

|  |  |
| --- | --- |
| **Бали** | **Критерії оцінювання** |
| 10  | Студент розв’язав завдання правильно |
| 8 - 9  | Студент розв’язав завдання правильно, але розв’язання оформлено неналежним чином |
| 7  | Студент розв’язав завдання правильно, але при розв’язанні завдання допущені неточності |
| 5 - 6  | Студент при розв’язуванні завдання допустив незначні помилки, які не вплинули на розв’язок або незначно його спотворили |
| 3 - 4  | Студент знає схему розв’язання завдання, але при його розв’язанні допускає грубі помилки або не може відновити той чи інший етап розв’язування |
| 1 - 2  | Студентом зроблені певні спроби розв’язання завдання, в розв’язку є раціональні зерна, але завдання в цілому виконано неправильно, допущені грубі помилки |
| 0 | Розв’язок завдання відсутній |

 При сумі балів менше 30 контрольну роботу слід переписати.

 Колоквіум оцінюється так само, як контрольна робота, виходячи з 40 балів (при наборі менше 24 балів колоквіум слід перескласти).

|  |  |
| --- | --- |
| **Змістовий модуль 1** | **Разом**100балів |
| Поточний контроль | МКР | Колоквіум |
| 10 балів | 50 балів | 40 балів |

**Рейтинговий контроль** за семестр

проводиться згідно стандартної таблиці рейтингового контролю (екзамен, залік)**:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Рейтингова оцінка**  | **Оцінка за шкалою (ECTS)** | **Оцінка за національною шкалою** | **Національна залікова оцінка** |
| 90-100 і більше | А (відмінно) | Відмінно | Зараховано |
| 82-89 | В (дуже добре) | Добре |
| 75-81 | С (добре) |
| 67-74 | Д (задовільно) | Задовільно |
| 60-66 | Е (достатньо) |
| 35-59 | FX (незадовільно з можливістю повторного складання) | Незадовільно | Не зараховано |
| 34 і менше | F (незадовільно з обов’язковим проведенням додаткової роботи щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля) |  | Не допущено |

**Зразок варіанту модульної контрольної роботи**

1. Методом функції Гріна знайти розв’язок крайової задачі

$y^{"}=f\left(x\right), y\left(-1\right)=y\left(1\right)=0, -1\leq x\leq 1$.

1. Дослідити на стійкість систему рівнянь

$$\frac{dx}{dt}=x-4y; \frac{dy}{dt}=x-y$$

та схематично зобразити траєкторії розв’язків. Вказати тип нерухомої точки.

1. Дослідити на стійкість в сенсі Ляпунова розв’язок рівняння

 $ \frac{dx}{dt}=1+t-x, x\left(0\right)=0$,

використовуючи означення стійкості.

1. Поняття інваріантного тору. Основна ідея методу функції Гріна-Самойленка його побудови.
2. Довести, що періодичний рух динамічної системи стійкий за Пуасоном.

 **Рекомендована література**

**Базова**

1. *Самойленко А.М.* Элементы математической теории многочастотных колебаний. – М.: Наука, 1987. – 302 с.
2. *Малкин И.Г*. Теория устойчивости движения . – М.: Наука,1966. – 530 с.
3. *Немыцкий В.В., Степанов В.В.* Качественная теория дифференциальных уравнений. – М.: ОГИЗ, 1947. – 448 с.
4. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. – М.:Наука, 1967. – 472 с.
5. *Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О.* Диференціальні рівняння в задачах. – Київ: Либідь, 2003. – 502 с.
6. *Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О.* Диференціальні рівняння. – Київ, «Либідь», 2003.– 600 с.

 **Допоміжна**

1. *Самойленко А.М., Теплинский Ю.В.* Счётные системы дифференциальных уравнений. – Киев: Ин-т математики , 1993. – 308 с.
2. *Самойленко А.М., Теплінський Ю.В.* Елементи математичної теорії еволюційних рівнянь у банахових просторах. – Киев: Ин-т математики , 2008. – 495 с.
3. *Теплінський Ю.В.* Інваріантні тори диференцівльно-різницевих рівнянь у просторах обмежених числових послідовностей. – Кам’янець-Подільський: КПНУ імені Івана Огієнка, Препринт 2015. –130 с.
4. *Самойленко А.М., Ронто Н.И.* Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. – К., Наукова думка, 1992. – 279 с.
5. *Александров А.Ю., Жабко А.П.* Устойчивость разностных систем. – Санкт-Петербург. – 2003. – 110 с.

**ДЕТАЛІЗОВАНІ ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ (9)**

**1-2. Постановка і типи крайових задач**

1. Метод А.М. Самойленка у розв’язуванні крайових задач.
2. Метод функції Гріна у розв’язуванні крайових задач.
3. Задача Штурма-Ліувілля.
4. Розв’язати вправи з[6]: 3.32, 3.33, 3.34, 3.35, 3.36, 3.41, 3.44, 3.45,

3.37, приклад на ст.305, 3.38, 3.42, 3.43.

**3. Деякі питання з алгебри**

1. Зведення матриці до жорданової форми.
2. Елементарні дільники.
3. Критерії Сільвестра та Рауса-Гурвіца.
4. Розв’язати вправи з посібника Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. «Диференціальні рівняння»: приклад на ст. 192, ст. 213 (пр-д 1), ст 214 (пр-д 2), ст.238(пр-д 1), приклади знаковизначених, знакосталих та знакозмінних квадратичних форм.

**4-5. Дослідження стійкості руху в сенсі Ляпунова (2 заняття)**

1. Означення стійкості, асимптотичної стійкості та нестійкості руху. Система збуреного руху.
2. Випадок лінійних систем із змінними та сталими коефіцієнтами.
3. Дослідження стійкості руху за першим наближенням . Теорема Ляпунова.
4. Розв’язати в вправи з[6]: 4.29, 5.1, 5.4, 5.5 – 5.16, 5.20 – 5.24.

**6. Другий метод Ляпунова**

1. Функції та теореми Ляпунова у випадку автономної системи.
2. Функції та теореми Ляпунова у випадку неавтономної системи.
3. Розв’язати в вправи з[6]: 5.29, 5.30, 5.32; навести приклади різного типу функцій Ляпунова;

розв’язати вправи з посібника Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. «Диференціальні рівняння»: приклад 1 на ст. 244, 10 та 11 на ст.246.

**7-8 Динамічні системи. Побудова траєкторій рухів на площині (2 заняття)**

1. Автономні системи та типи їх рухів.
2. Поняття динамічної системи. Основні властивості рухів. Інваріантні множини.
3. Стійкість рухів За Лагранжем та Пуасоном. Приклади таких рухів.
4. Траекторії на торі, інваріантний тор. Метод функції Гріна-Самойленка.
5. Розв’язати в вправи з[6]: 5.37 – 5.42, 5.52, 26 –33, 34 – 36.

**9. Модульна контрольна робота.**

**Зауваження .**  За більш детальною інформацією звертайтеся до робочої програми з цього предмету в середовищі Moodle (сторінки 4 – 6).