

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
фізико-математичний факультет
кафедра математики

1. Загальна інформація про курс

Назва курсу, мова викладання	Вища математика (для економістів), мова викладання – українська
Викладач	Сорич Ніна Миколаївна, доцент
Профайл викладача	http://math.kpnu.edu.ua/kaf/sorych/
Е-mail:	sorych@kpnu.edu.ua
Сторінка курсу в MOODLE	https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=943
Консультації	Щосереди на фізико-математичному факультеті з 14.20 до 15.20 год.

2. Анотація курсу

Розрахунки в економіці ґрунтуються на певних математичних моделях. Тому економісти мають володіти мовою математичних понять, уміти здійснювати математичні операції над числами, символами, множинами, функціями, оперувати рівняннями і нерівностями, розрахунковими математичними інструментами, вміти ставити проблеми, розв'язувати їх, аналізувати добуті результати. Завдяки сучасним комп'ютерним технологіям можливості математичного моделювання практично безмежні, але скористатися ними повною мірою вдається тим фахівцям, які вільно володіють математичними методами.

Курс "Вища математика" належить до дисциплін професійної підготовки.

Тип дисципліни: нормативна.

3. Мета та завдання курсу

Метою даного курсу є вивчення основ вищої математики, що необхідні для розв'язування теоретичних і практичних задач, набуття навиків самостійного вивчення наукової літератури з математичних дисциплін, розвитку математичного мислення, вивчення найважливіших алгоритмів розв'язання типових математичних задач.

4. Формат курсу

Стандартний очний навчальний курс.

5. Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

- Обраховувати визначники різних порядків;
- Виконувати дії над матрицями;
- Розв'язувати системи лінійних рівнянь методами Крамера, Гауса, матричним;
- Виконувати дії над векторами;
- Використовувати поняття скалярного, векторного, мішаного добутків до задач практичного характеру;
- Вміти написати рівняння прямої та площини за вихідними даними;
- Обчислювати границі послідовностей та границі функцій;
- Обчислювати похідні та диференціали функції, застосовувати їх до дослідження функції однієї змінної та розв'язування задач на екстремум та найбільше та найменше значення;
- Обчислювати похідні та диференціали функції багатьох змінних;
- Застосовувати диференціальне числення функції багатьох змінних до дослідження функцій на локальні та глобальні екстремуми функції двох змінних у компактній області;
- Застосовувати основні методи інтегрування функцій однієї змінної для знаходження невизначених інтегралів;
- Застосовувати основні методи інтегрування функцій однієї змінної для обчислення визначених інтегралів;
- Застосовувати визначений інтеграл в геометрії та економіці;
- Застосовувати методи розв'язання диференціальних рівнянь;
- Досліджувати числові та степеневі ряди на збіжність;
- Здійснювати наближенні обчислення за допомогою степеневих рядів.

6. Обсяг і ознаки курсу

Найменування показників	Характеристика навчальної дисципліни
	денна форма навчання
Рік навчання	1
Семестр вивчення	1-й
Кількість кредитів ЄКТС	5
Загальний обсяг годин	150
Кількість годин навчальних занять	60
Лекційні заняття	28
Практичні заняття	32
Семінарські заняття	-
Лабораторні заняття	-
Самостійна та індивідуальна робота	90
Форма підсумкового контролю	екзамен

7. Політики курсу

Норми етичної поведінки. Відповідно до діючого в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка кодексу академічної доброчесності, всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

Академічна доброчесність. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Студенти не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилаються на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання.

Відвідування занять. Очікується, що всі студенти відвідають усі практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.

Поведінка в аудиторіях університету. Очікується, що впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності.

Підсумковий контроль. Семестрові заліки з даного предмету забезпечують два підсумкових контролю, що полягають в оцінюванні рівня засвоєння студентом навчального матеріалу та набування необхідних професійних вмінь на підставі оцінок, отриманих ним на практичних заняттях і за результатами написання модульних контрольних робіт. Перескладання заліку відбувається у встановлений деканатом термін. Процедура перескладання заліку включає в себе демонстрацію студентом-боржником теоретичних знань і практичних навичок і вмінь з певної теми курсу, а також написання модульних контрольних робіт (якщо роботи були написані на незадовільні оцінки).

8. Програма навчальної дисципліни Денна форма навчання

Кількість акад. год.	Тема, план	Форма заняття	Завдання	Вага оцінки (балів)
8 год (2 год – аудиторні, 6 год –	ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ ТЕМА 1. Матриці та визначники	практичне заняття	1. Знайти $A+2B$, $3A-B$, якщо $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 8 \\ 4 & -2 & 9 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$	На кожному практичному занятті студент може отримати від

самостійна робота)	<p>1. Поняття матриці, її розмірності.</p> <p>2. Додавання (віднімання) матриць, множення матриці на скаляр.</p> <p>3. Узгоджені матриці. Добуток двох матриць.</p> <p>4. Елементарні перетворення матриці. Ранг матриці.</p> <p>5. Визначники 2-го та 3-го порядків.</p> <p>6. Мінор та алгебраїчне доповнення.</p> <p>7. Обчислення визначника через алгебраїчні доповнення рядка або стовпця.</p> <p>8. Властивості визначників.</p> <p>9. Обернена матриця, два способи її відшукування.</p>		<p>2. Знайти x та y з рівняння: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix}$.</p> <p>3. Обчислити $A \cdot B$, якщо:</p> <p>а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;</p> <p>б) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 7 \\ -4 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.</p> <p>5. Обчислити визначники: а) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} a & \sqrt{a} \\ \sqrt{a} & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$;</p> <p>г) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.</p> <p>6. Обчислити визначник зведенням матриці до трикутного вигляду</p> $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ <p>7. Знайти обернену матрицю (двома способами): $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$</p>	0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
8 год (2 год – аудиторні,	Тема №2. Системи лінійних рівнянь. Правило Крамера	практич не заняття	Розв'язати системи:) $\begin{cases} 3x - 5y = 13 \\ 2x + 7y = 81 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 7x + 4y = 8 \end{cases}$;	

6 год – самостійна робота)	1. Системи лінійних рівнянь: сумісні, несумісні; визначені, невизначені; однорідні, неоднорідні. 2. Формули Крамера. 3. Загальні відомості про рівняння.		$4) \begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ x + 2y + 3z = 5 ; \\ x + 2y + 4z = 6 \end{cases}$ $5) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \end{cases}$
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема №3. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса 1. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. 2. Розв'язування СЛР методом Гауса. розв'язування алгебраїчних задач	практичне заняття	Розв'язати системи: $1. \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ x + 3y + 4z = 6; \\ 2x - y - z = 1 \end{cases}$ $2. \begin{cases} 2x - y + 2z = 5 \\ 4x + 3y - 4z = 7 ; 3. \\ 4x + 8y - 12z = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 ; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ $4. \begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ 2x + 3y - 5z = 0 ; 5. \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + x_3 + x_5 = -3 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$
16 год (4 год – аудиторні, 12 год – самостійна робота)	Тема № 4-5. Вектори та операції над ними 1. Вектор, модуль вектора. 2. Колінеарні та компланарні вектори. 3. Координати вектора на площині, в просторі. 4. Додавання векторів та множення вектора на число.	практичне заняття	Розв'язати вправи: 1. Знайти координати та модуль вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(-1; 1; -1)$, $B(2; 2; 1)$. 2. При яких значеннях m і n вектори будуть колінеарні: $\vec{a} = (15; m; 1)$, $\vec{b} = (18; 2; n)$?

5. Скалярний добуток двох векторів, його властивості, обчислення.

6. Векторний добуток двох векторів, його властивості, обчислення.

7. Мішаний добуток трьох векторів, властивості, обчислення.

3. Обчислити модуль вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, якщо $\vec{a} = (1; 1; -1)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$.

4. Нехай $A(3; 1; 8)$, $B(4; 7; 1)$, $C(3; 5; -8)$. В трикутнику ABC обчислити довжину медіани BM .

5. Обчислити скалярний добуток векторів \vec{a} та \vec{b} , якщо $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$.

6. Нехай $\vec{a} = (2; 3; 6)$, $\vec{b} = (3; 2; -1)$. Обчислити (\vec{a}, \vec{b}) . Чи є ці вектори перпендикулярними?

7. Знайти кут між векторами \vec{a} та \vec{b} , якщо

а) $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-6; 4; 12)$;

б) $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}$;

в) $\vec{a} = (3; 4)$, $\vec{b} = (6; 12)$.

8. Обчислити координати вектора $[\vec{a} \times \vec{b}]$, якщо

$\vec{a} = (-2; -1; 3)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$

Знайти модуль цього вектора.

9. Дано вектори $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$. Знайти $[(2\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})]$

10. На векторах $\vec{a} = (1; 2; 3)$ та $\vec{b} = (1; 2; -1)$ як на сторонах побудовано паралелограм. Обчислити його площу.

11. Точки $A(1; -1)$, $B(-5; 4)$, $C(7; 2)$ – вершини трикутника. Знайти його площу.

12. Обчислити мішані добутки $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ векторів:

а) $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; 1; 2)$, $\vec{c} = (2; 3; 1)$;

			<p>б) $\vec{a} = \vec{i}, \vec{b} = \vec{j}, \vec{c} = \vec{k}$.</p> <p>13. Перевірити чи є компланарними вектори $\vec{a} = (3; 2; 2), \vec{b} = (1; -1; 3), \vec{c} = (1; 9; -1)$.</p> <p>14. Обчислити об'єм піраміди $ABCD$, якщо $A(3; -2; 5), B(1; 3; 1), C(-1; -1; 3), D(4; 3; 4)$.</p>
<p>8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема №6. Лінії першого порядку</p> <p>1. Різні види рівняння прямої на площині.</p> <p>2. Загальні рівняння прямої та окремі випадки</p> <p>3. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих.</p>	<p>практичне заняття</p>	<p>. Розв'язати вправи.</p> <p>1. Пряма задана точкою M_0 і напрямним вектором \vec{s}. Написати її рівняння, звести його до загального вигляду: а) $M_0(-1; 2), \vec{s} = (2; 2)$; б) $M_0(2; 1), \vec{s} = (3; -1)$.</p> <p>2. Пряма задана точкою M_0 і нормальним вектором \vec{n}. Написати її рівняння, якщо: а) $M_0(-1; 2), \vec{n} = (2; 0)$; б) $M_0(2; -1), \vec{n} = (2; -1)$.</p> <p>3. Написати рівняння прямої, що проходить через задані точки M_1 та M_2, якщо: а) $M_1(1; 2); M_2(-1; 0)$; б) $M_1(1; 1); M_2(-1; 2)$.</p> <p>Перевірити, чи точка $A(2; 3)$ лежить на ній</p> <p>4. Знайти кутовий коефіцієнт прямої $2x - 3y - 6 = 0$. В яких точках ця пряма перетинає координатні осі?</p> <p>5. Знайти точку перетину прямих $a_1: 8x + 3y + 1 = 0$ та $a_2: 2x + y - 1 = 0$.</p> <p>6. Написати рівняння прямої a_1, яка паралельна (перпендикулярна) до прямої $a_2: 2x - 3y + 5 = 0$, і проходить через точку $M_0(2; -1)$.</p>

			<p>7. Знайти кут між прямими $a_1: 3x + 4y - 7 = 0$ та $a_2: 4x - 3y + 8 = 0$.</p> <p>8. Записати рівняння сторін трикутника, вершини якого $A(1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(-7; 11)$.</p> <p>9. Сторони трикутника лежать на прямих $a_1: x - 4y + 10 = 0$, $a_2: 4x + 5y - 2 = 0$, $a_3: 2x - y - 8 = 0$. Обчислити його площу.</p>
<p>8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема № 7. Криві другого порядку на площині</p> <p>Коло, еліпс, гіпербола, парабола, їх фокуси, канонічні рівняння, ексцентриситети.</p>	<p>практичне заняття</p>	<p>I. Розв'язати вправи.</p> <p>1. Написати рівняння кола з центром в точці $A(1; -3)$ із радіусом, що дорівнює 2.</p> <p>2. Написати рівняння кола, що має центр в точці $A(5; -7)$ і проходить через точку $B(2; -3)$.</p> <p>3. Знайти координати центра і радіус кола $x^2 + y^2 - 4x - 14y + 17 = 0$.</p> <p>4. Як взаємно розташовані коло $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$ та пряма $y = x - 1$? (Не перетинаються, перетинаються чи дотикаються).</p> <p>5. Показати, що рівняння $36x^2 + 100y^2 = 3600$ є рівнянням еліпса. Знайти координати фокусів.</p> <p>6. Записати рівняння еліпса, якщо відстань між фокусами, що лежать на осі Ox, рівна 12, а ексцентриситет $e = 0,6$.</p> <p>7. Яку лінію задає рівняння $7x^2 - 9y^2 = 63$?</p> <p>8. Дано асимптоти гіперболи $y = \pm \frac{1}{2}x$ і відстань між фокусами $2c = 10$.</p>

			<p>Записати рівняння гіперболи. 9. Для гіперболи $16x^2 - 9y^2 = 144$ знайти півосі, координати фокусів, ексцентриситет, рівняння асимптот. 10. Знайти координати фокуса параболи $y^2 = 8x$, написати рівняння директриси.</p>	
<p>4 год (2 год – аудиторні, 2 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема № 8. Розв’язування задач (підготовка до МКР №1)</p>	<p>практичне заняття</p>	<p>Розв’язати завдання: 1. Розв’язати систему лінійних рівнянь (заняття № 3-4). $3x - 5y + 3z = 1$ $x + 2y + z = 4$; $2x + 7y - z = 8$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \end{cases}$ 2. Операції над векторами (заняття № 5-6). Обчислити модуль вектора $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, якщо $\vec{a} = (1; 1; -1)$, $\vec{b} = (2; -1; 2)$. Обчислити скалярний та векторний добуток векторів \vec{a} та \vec{b}, де $\vec{a} = (0; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Обчислити \sin та \cos кута між векторами із п. 2). 2. Написати рівняння прямої (заняття № 7), яка: а) проходить через точку $M_0(1; 2)$ і паралельна прямій $3x - 2y - 1 = 0$;</p>	<p>На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.</p>

			<p>б) проходить через точку $M_0(2; 1)$ і перпендикулярна прямій $3x - 2y - 1 = 0$;</p> <p>в) проходить через точки $M_1(3; 2)$ та $M_2(4; 3)$.</p> <p>3.Лінії другого порядку (заняття № 8). З'ясувати, які лінії задаються рівняннями: а) $4x^2 + y^2 = 16$; б) $x^2 + y^2 + 2x + 3 = 0$; в) $y^2 - 6x = 0$.</p>	
2 год	МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №1	самостійна на робота	Повторити матеріал практичних занять.	<p>Модульна контрольна робота (МКР) №1 містить чотири завдання, які максимально оцінюються так: 1- 6 балів; 2- 5 балів; 3 та 4 по 2 бали. Максимальна кількість балів за МКР №1 – 15 балів, мінімальна – 9 балів (60% від максимальних 15 балів).</p>
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	<p>ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ТА ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ. Тема № 9. Границя послідовності</p> <p>1.Числова послідовність, її границя. 2.Нескінченно малі послідовності, приклади, властивості.</p>	практичне заняття	<p>1. Обчислити границі послідовностей:</p> $\left(2 - \frac{1}{n}\right)\left(3 + \frac{1}{n^2}\right); \quad \frac{3 + \frac{1}{\sqrt{n}}}{2 + \frac{1}{n^2}};$ $\frac{3n-1}{2n-5}; \quad \frac{n^2+3n+4}{n(2-n)}; \quad \frac{2n+1}{\sqrt{n^2+1}};$	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно

	<p>3. Границя суми (різниці, добутку, частки) двох збіжних послідовностей.</p> <p>4. Типи невизначеностей ($\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $0 \cdot \infty$; $\infty - \infty$; 1^∞; 0^0; ∞^0).</p>		$\frac{n^2+8n+7}{\sqrt{n^4-5n^3+9}}; \sqrt{n^2+3} - \sqrt{n^2-1};$ $n(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}); \frac{3^n-2^n}{3^n+2^n};$ $\left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n}; \frac{(n+1)!-n!}{(n+1)!+n!} \quad (n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots \cdot n);$ $\frac{n^2-4}{n^3+2n+3}; \frac{n^3-2}{n^2+n+1}.$	<p>перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.</p>
<p>8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема №10. Границя функції</p> <p>1. Границя функції в точці.</p> <p>2. Нескінченно малі та нескінченно великі в околі точки функції, їх властивості.</p> <p>3. Визначні границі та наслідки з них.</p>	<p>практич не заняття</p>	<p>Обчислити границі.</p> <p>а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+4x^2+1}{2x^3+3x^2+4x-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-6x+5}{x-5}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$;</p> <p>г) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x+1}}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$;</p> <p>е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$;</p> <p>є) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$; ж) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)$;</p> <p>з) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$.</p>	
<p>8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема №11. Похідна, техніка обчислення.</p> <p>1. Означення похідної, таблиця похідних.</p> <p>2. Правила відшукування похідних суми, різниці, добутку, частки, складеної функції.</p> <p>3. Геометричний та фізичний зміст похідної. Диференціал.</p>	<p>практич не заняття</p>	<p>1. Знайти похідні функцій:</p> <p>а) $y = x^3 - 3x^2 + \sqrt{x} - \frac{1}{x}$; б) $y = (x^2 - 3x + 3)(x^2 - x)$; в) $y = \frac{x}{x^2+1}$; г) $y = 4 \sin(2x + 3)$; д) $y = \sqrt{9x^3 - 4x + 2}$; ж) $y = \sin \sqrt{1 + x^2}$;</p> <p>з) $y = \cos x \cdot \ln(\operatorname{tg} x) - \ln\left(\operatorname{tg} \frac{1}{2}x\right)$.</p> <p>2. * Знайти похідну функції $y = x^{\sin x}$.</p> <p>3. Знайти диференціал функції $y = e^x + \ln(1 + x^2)$.</p>	<p>На кожному практичному</p>

			<p>4.Скласти рівняння дотичної до графіка функції $y = x^4 + 6x + 6$: а) в точці з абсцисою $x_0 = 1$; б) що паралельна прямій $y = 2x+3$. 5.Знайти y'' із №1 для а), ж), з).</p>	<p>занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.</p>
<p>6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема №12. Правила Лопітала 1.Правила Лопітала для розкриття невизначеностей типу $\frac{0}{0}$ та $\frac{\infty}{\infty}$. 2.Застосування правил Лопітала до інших типів невизначеностей.</p>	<p>практич не заняття</p>	<p>Обчислити границі: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{\sin 2x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x+x^3-x^5}{4x-x^4}$; $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{tg x-1}{\sin 4x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^{2x}}$; $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot ctg x$; $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2+2x-3} \right)$; $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$.</p>	
<p>8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема №13. Дослідження функцій та побудова їх графіків 1.Дослідження функцій на монотонність за допомогою похідної. 2.Опуклість функцій та друга похідна. 3.Побудова графіків функцій. 4.Застосування диференціального числення в економічному аналізі. Елементи маргінального аналізу.</p>	<p>практич не заняття</p>	<p>1.Показати, що функція $y = 4 - 3x - x^3$ скрізь спадає. 2.Показати, що функція $y = \sqrt{5 + 4x - x^2}$ зростає на інтервалі $(-1;2)$ та спадає на інтервалі $(2;5)$. 3.Знайти екстремуми та інтервали монотонності функцій: а) $y = x^3 - 3x + 5$; б) $y = x - \ln(x+2)$. 4.Знайти найбільше і найменше значення функцій: а) $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1$, якщо $x \in [-1;2]$; б) $y = x + \frac{4}{x^2}$, якщо $x \in [1;3]$. 5.Підприємство виробляє x одиниць продукції по ціні $50 - \frac{x}{10}$, а витрати виробництва задаються функцією</p>	

			$\frac{1}{50}x^2 + 44x + 8$. Знайти оптимальний обсяг виробництва продукції, щоб був максимальний прибуток. 6. Довжина відкритого спортивного басейну об'ємом 288м^3 вдвічі більша за ширину. Якими мають бути розміри басейну, щоб на його облицювання пішло найменше матеріалу? 7. За допомогою похідних дослідити функцію та побудувати її графік: а) $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$; б) $y = \ln(x^2 + 2x)$.
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема №14. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл 1. Поняття первісної та невизначеного інтеграла. 2. Таблиця основних інтегралів. 3. Основні методи інтегрування функцій (безпосереднє інтегрування, заміна змінної, інтегрування частинами). 4. Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца. 5. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначеному інтегралі 6. Деякі застосування визначеного інтеграла	практич не заняття	1. Знайти невизначений інтеграл методом безпосереднього інтегрування: а) $\int (3x^2 + 6x + 8e^x) dx$; б) $\int (x + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$; в) $\int \frac{x^3 - xe^x + 1}{x} dx$; г) $\int \left(\sin x + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$. 2. Використовуючи заміну змінної, знайти інтеграли: а) $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}$; б) $\int \frac{dx}{x \ln x}$; в) $\int e^{-3x} dx$; г) $\int x\sqrt{x^2 + 2} dx$; д) $\int \frac{(2x-3)dx}{\sqrt{x^2 - 3x + 4}}$. 3. Методом інтегрування частинами знайти інтеграли: а) $\int x \cdot e^x dx$; б) $\int x \cdot \ln x dx$; в) $\int \operatorname{arctg} x dx$. 4. Знайти інтеграли:

			$\text{a) } \int \frac{dx}{x^2+4x-5}; \quad \text{б) } \int \frac{(x^2+1)dx}{x(x-1)(x+1)};$ $\text{в) } \int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx.$ <p>5. Використовуючи формулу Ньютона-Лейбніца, обчислити: а) $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}};$ б) $\int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx.$</p> <p>6. Шляхом заміни змінної та методом інтегрування частинами обчислити</p> $\text{а) } \int_2^3 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11+5x)^3};$
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема №15. Диференціальні рівняння 1. Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь. 2. Диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними. 3. Диференціальні рівняння другого порядку. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.	практич не заняття	1. Розв'язати диференціальні рівняння а) $y(1+x^2)y' = 1+y^2;$ б) $xydx = (x+1)dy;$ в) $\frac{tg y}{\cos^2 x} dx + \frac{tg x}{\cos^2 y} dy = 0;$ г) $xydx = (x+1)dy;$ д) $y' = e^{x+y}, y(0) = 0;$ е) $e^y \left(\frac{dy}{dx} + 1 \right) = 1, y(0) = 1.$ 2. Розв'язати диференціальні рівняння другого порядку: а) $y'' + 5y' + 6y = 0;$ б) $y'' + 4y' + 4y = 0;$ в) $y'' - 4y' + 5y = 0.$
4 год (2 год – аудиторні, 2 год – самостійна робота)	Тема №16. Розв'язування задач (підготовка до МКР № 2)	практич не заняття	Розв'язати завдання: 1. Обчислити границю послідовності (заняття № 1 $\frac{n^3+1}{n+1} - \frac{n^2-3n}{n^2};$ $\sqrt{2n+3} - \sqrt{n+3}.$

			<p>2.Обчислити границю функції (заняття № 10 або № 12)</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 3x - 2}{x^5 + 3x^2 - 2x - 2} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-6}{x+1}\right)^{2x}$ <p>3.Знайти похідну функції (заняття № 11) $y = \sin^2 x$; $y = e^{2x} \cdot \ln(x + 1)$.</p> <p>4.Знайти невизначений або визначений інтеграл (заняття № 14) $\int_2^9 \sqrt[3]{x-1} dx$; $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$.</p> <p>5.Розв'язати диференціальне рівняння (заняття № 15)</p> $xy(1+x^2)y' = 1+y^2.$	<p>На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.</p>
2 год	МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №2	самостійна робота	Повторити матеріал практичних занять.	<p>Модульна контрольна робота №2 містить п'ять завдань, кожне з яких оцінюється в 3 бали.</p> <p>Максимальна кількість балів за МКР №2 – 15 балів, мінімальна – 9 балів (60% від максимальних 15 балів).</p>

9. Форми поточного та підсумкового контролю.

Усний контроль на практичних заняттях, письмовий контроль під час написання двох модульних контрольних робіт.

10. Критерії оцінювання результатів навчання

Поточний і модульний контроль (60 балів)				Екзамен	Сума
Змістовий модуль 1 (30 балів)		Змістовий модуль 2 (30 балів)		40	100
Поточний контроль	МКР	Поточний контроль	МКР		
15 балів	15 балів	15 балів	15 балів		

Модульна контрольна робота № 1 містить 4 завдання (на 6, 5, 2, 2 бали відповідно). МКР № 2 містить 6 завдань, кожне з яких максимально оцінюється в 2,5 бала.

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ – 15 балів.

Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною системою за наступними критеріями:

Бали	Критерії оцінювання
12	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно без сторонньої допомоги справляється з практичними завданнями
10-11	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно розв'язує практичні завдання, але при розв'язанні допускає помилки і неточності.

7-9	Студент недостатньо володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує підказок, при викладі теоретичного матеріалу допускає неточності, помилки.
5-6	Студент не володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує суттєвих підказок
1-4	Студент не володіє теоретичним матеріалом і розв'язує практичне завдання при суттєвій допомозі викладача та студентів
0	Не володіє теоретичним матеріалом, не виконав домашнього завдання, не може розв'язувати практичні завдання навіть при суттєвій допомозі викладача та студентів

Виводиться середнє арифметичне зароблених на практичних заняттях оцінок і бали за змістовий модуль нараховуються відповідно до „Тимчасового положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень студентів”.

Якщо $3M_1 + 3M_2 \geq 36$, то студент допускається до здачі екзамену.

У іншому випадку (< 36) – не допускають до здачі екзамену.

Таблиця відповідності шкал оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти

Рейтингова оцінка з навчальної дисципліни	Оцінка за шкалою ECTS	Рекомендовані системою ECTS статистичні значення (у %)	Екзаменаційна оцінка за національною шкалою	Національна залікова оцінка
90-100 і більше	A (відмінно)	10	відмінно	зараховано
82-89	B (дуже добре)	25	добре	
75-81	C (добре)	30	задовільно	
67-74	D (задовільно)	25		
60-66	E (достатньо)	10		
35-59	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)			не зараховано

34 і менше	F (незадовільно з обов'язковим проведенням додаткової роботи щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля)		незадовільно	
------------	---	--	--------------	--

11. Рекомендована література

Основна література:

1. Васильченко І.П. Вища математика для економістів: Підручник. 2-ге вид., випр. – К.: Знання, 2004.–454 с.
2. Дубовик Ю.В., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посіб. – К.: А.С.К., 2005. –648 с.
3. Беклемышев Д.В. Курс аналитической алгебры и линейной алгебры.– М: Наука, 1987.–320 с.
4. Теорія ймовірностей та математична статистика./ Конет І.М. – Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет, 1999ю.–214 с.
5. Вища математика: спеціальні розділи: Підручник: У двох книгах. Книга 2 / Г.Л. кулі ніч, Є.Ю. Таран, В.М.Бурим та ін.– К.: Либідь, 19996.–336 с.
6. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник.– К.: Вид. центр «Академія», 2003.- 432с.
7. Бугір М.К.Математика для економістів. –Навчальний посібник.Тернопіль.: підручники і посібники,1998.-192 с.
8. Рудин У. Основы математического анализа.: Из-во Мир, М., –320с.
9. . Давидов М.О. Курс математичного аналізу: Підручник: У 3 ч. Ч.1 Функції багатьох змінних і диференціальні рівняння. -2-ге видання., перероб. і допов.-К.: Вища школа, 1991. - 383с.
10. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: Підручник: У 3 ч. Ч.2 Функції однієї змінної. -2-ге видання., перероб. і допов.-К.: Вища школа, 1990. -366 с.
11. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: Підручник: У 3 ч. Ч.3 Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. -2-ге видання., перероб. і допов.-К.: Вища школа, 1992. -359 с.
12. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970.-Т.1.-607 с.

13. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970.-Т.2.-800 с.
14. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970.-Т.3.-607 с.
15. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. –М.: Наука, 1989.-656 с.
16. Мантурив О.В. Курс высшей математики. –М.: Высш. шк., 1991.- 448 с.
17. Корн Г., Корн Т. Справ очник по математике.-М.: Наука, 1984.-831с.
18. Мантурив О.В., Матвеев Н.М. Курс Высшей математики. –М. Высш. шк., 1986.–399с.
19. Овчиников П.Ф., Лисицын Б.М., Михайленко В.М. Высшая математика.–К.: Вища шк.. Головное узд-во, 1989.-679 с.
20. Овчиников П.Ф., Яремчик Ф.П., Михайленко В.М. Высшая математика.–К.: Вища шк.. Головное узд-во, 1987.-552 с.
21. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. – К.: Вища шк. Головне вид-во,1986. –512с.
22. Шкіль М.І., Колесник Т.В., котлова В.М. Вища математика. – К.: Вища шк. Головне вид-во,1985. –391с.
23. Щипачев В.С. Высшая математика.–М.: Высш. шк., 1991.-479 с.

Збірники задач:

24. Дубовик Ю.В., Юрик І.І. ат ін. Вища математика: Збірник задач: Навч. посібник – К.: А.С.К., 2001. –480 с.
25. Х.І. Гаврильченко, С.П. Полушкін. П.С. Кропв'янський. Вища математика: Зб. задач: У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення: Навч. посібник для студ. вищ. техн.. навч. зал.– 2-ге вид., стереотип. – К.: Техніка, 2004.–279 с.
26. Х.І. Гаврильченко, С.П. Полушкін. П.С. Кропв'янський. Вища математика: Зб. задач: У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення: Навч. посібник для студ. вищ. техн.. навч. зал.– 2-ге вид., стереотип. – К.: Техніка, 2004.–279 с.
27. Гмурман П.Е. Данко, А.Г Попов, Т.Я. Кожевникова Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для студентов втузов. В 2-х ч. Ч.1.– 4-е узд., испр. и доп. –М.: Высш. шк., 1986.-304 с.
28. П.Е. Данко, А.Г Попов, Т.Я. Кожевникова Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для студентов втузов. В 2-х ч. Ч.1.– 4-е узд., испр. и доп. –М.: Высш. шк., 1986.-304 с.

