

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
фізико-математичний факультет
кафедра математики

1. Загальна інформація про курс

Назва курсу, мова викладання	Лінійна алгебра та аналітична геометрія (Фізика), мова викладання – українська
Викладач	Сорич Віктор Андрійович, доцент
Профайл викладача	http://math.kpnu.edu.ua/kaf/sorych/
E-mail:	sorych@kpnu.edu.ua
Сторінка курсу в MOODLE	https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=943
Консультації	Щопонеділка на фізико-математичному факультеті з 14.20 до 15.20 год.

2. Анотація курсу

Знання теоретичного матеріалу та вміння розв'язувати практичні завдання з таких дисциплін як аналітична геометрія та лінійна алгебра необхідні для свідомого засвоєння багатьох інших спеціальних дисциплін, зокрема математичний аналіз, дискретна математика, чисельні та ін. Одним із важливих завдань навчання аналітичній геометрії та лінійній алгебрі є орієнтування підготовки бакалавра за фахом “ Фізика ” на оволодіння узагальненими прийомами розв'язання професійних задач таких типів:

- володіння студентами методами розв'язання систем лінійних рівнянь (методом Гауса, правила Крамера, матричний метод);
- дослідження розв'язків систем лінійних рівнянь;
- виконання лінійних операцій над векторами, скалярного, векторного та мішаного добутку векторів;
- складання рівнянь прямої на площині та в просторі;

- дослідження ліній 2-го порядку;
 - дослідження поверхонь 2-го порядку;
- поняття лінійного простору; залежність та незалежність системи векторів; базис лінійного простору.
- Курс "Лінійна алгебра та аналітична геометрія " належить до дисциплін професійної підготовки.
- Тип дисципліни: нормативна.

3. Мета та завдання курсу

Метою викладання навчальної дисципліни "Лінійна алгебра та аналітична геометрія" є надання ґрунтовної підготовки бакалавру за фахом “ Фізика” з основ таких математичних дисциплін, як “Лінійна алгебра” та “Аналітична геометрія”.

4. Формат курсу

Стандартний очний навчальний курс.

5. Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

знати

- природу векторних величин та операції над векторами;
- рівняння прямої на площині та в просторі;
- канонічні рівняння ліній другого порядку;
- рівняння площини;
- означення лінійної залежності системи векторів;
- означення та властивості лінійних просторів;
- деякі важливі відомості про предмет та методи “Лінійна алгебра”;
- деякі важливі відомості про предмет та методи “Аналітична геометрія”.

вміти

- виконувати дії над векторами;

- складати рівняння ліній як ГМТ площини;
- обчислювати детермінанти 2-го і 3-го порядків;
- розв’язувати системи лінійних рівнянь різними методами;
- досліджувати розв’язки систем лінійних рівнянь;
- виводити рівняння ліній 2-го порядку за означенням;
- розв’язувати задачі на пряму та площину в просторі;
- знаходити розмірність та базис лінійного простору.

6. Обсяг і ознаки курсу

Найменування показників	Характеристика навчальної дисципліни
	денна форма навчання
Рік навчання	1
Семестр вивчення	1-й
Кількість кредитів ЄКТС	4
Загальний обсяг годин	120
Кількість годин навчальних занять	48
Лекційні заняття	24
Практичні заняття	24
Семінарські заняття	-
Лабораторні заняття	-
Самостійна та індивідуальна робота	72
Форма підсумкового контролю	екзамен

7. Політики курсу

Норми етичної поведінки. Відповідно до діючого в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка кодексу академічної доброчесності, всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

Академічна доброчесність. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Студенти не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилаються на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання.

Відвідування занять. Очікується, що всі студенти відвідають усі практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.

Поведінка в аудиторіях університету. Очікується, що впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності.

Підсумковий контроль. Семестрові заліки з даного предмету забезпечують два підсумкових контролю, що полягають в оцінюванні рівня засвоєння студентом навчального матеріалу та набування необхідних професійних вмінь на підставі оцінок, отриманих ним на практичних заняттях і за результатами написання модульних контрольних робіт. Перескладання заліку відбувається у встановлений деканатом термін. Процедура перескладання заліку включає в себе демонстрацію студентом-боржником теоретичних знань і практичних навичок і вмінь з певної теми курсу, а також написання модульних контрольних робіт (якщо роботи були написані на незадовільні оцінки).

8. Програма навчальної дисципліни

Денна форма навчання

Кількість акад. год.	Тема, план	Форма заняття	Завдання	Вага оцінки (балів)
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. Системи лінійних рівнянь. Елементи аналітичної геометрії на площині. Тема 1. Вектори. Скалярний добуток 1. Скалярні та векторні величини. Вектори. Лінійні операції над векторами. 2. Колінеарність та ортогональність векторів. 3. Координати та проекції векторів.	практичне заняття	1. Повторити лінійні операції над векторами. 2. Знати ознаки колінеарності, ортогональності векторів. 3. Вміти обчислювати скалярний добуток векторів. 4. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 2. Векторний добуток двох векторів. Мішаний добуток 1. Векторний добуток і його властивості. 2. Застосування векторного добутку. 3. Мішаний добуток і його властивості, застосування. 4. Подвійний векторний добуток.	практичне заняття	1. Знати ознаку компланарності векторів. 2. Вміти обчислювати векторний та мішаний добуток векторів. 3. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 3. Пряма на площині 1. Кутовий коефіцієнт прямої. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. 2. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. 3. Загальне рівняння прямої. Неповні рівняння прямої. 4. Взаємне розміщення двох прямих.	практичне заняття	1. Знати різні види рівнянь прямої на площині та вміти їх складати їх за даними умовами задачі. 2. Вміти досліджувати взаємне розташування прямих. 3. Розв'язати практичні завдання.	

	5. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. 6. Рівняння прямої у відрізках. 7. Пучок прямих. Рівняння пучка прямих.		
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 4. Лінії другого порядку 1. Еліпс. Означення та канонічне рівняння еліпса, властивості. 2. Гіпербола. Означення та канонічне рівняння гіперболи, властивості. Асимптоти гіперболи. 3. Парабола. Означення та канонічне рівняння параболи, властивості. 4. Фокальні властивості ліній другого порядку. 5. Дотичні до лінії другого порядку.	практич не заняття	1. Повторити канонічні рівняння основних типів кривих 2-го порядку та їх характеристик. 2. Вміти зводити рівняння лінії 2-го порядку до канонічного вигляду. 3. Розв'язати практичні завдання.
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 5. Матриці та детермінанти 1. Алгебра матриць. Детермінанти та їх властивості. 2. Мінори та алгебраїчні доповнення. Теорема Лапласа. 3. Ранг матриці.	практич не заняття	1. Повторити поняття матриці, операції над матрицями та їх властивості. 2. Вміти обчислювати детермінанти, знаходити ранг матриці. 3. Розв'язати практичні завдання.
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 6. Метод Гауса та його модифікації 1. Система лінійних рівнянь. Матричний запис. 2. Елементарні перетворення матриці. Обчислення рангу матриці. 3. Сумісність та визначеність системи лінійних рівнянь.	практич не заняття	1. Повторити основні властивості СЛР з багатьма невідомими та правила елементарних перетворень матриць. 2. Вміти розв'язувати СЛР методом Гауса. 3. Вміти знаходити обернені матриці двома способами.

	4. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса. 5. Теорема Кронекера-Капеллі. 6. Формули Крамера. 7. Обернена матриця та її властивості. 8. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь		4. Повторити формули Крамера та матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. 5. Розв'язати практичні завдання.	
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 7. Площина в просторі 1. Способи задання площини. 2. Загальне рівняння площини. 3. Неповні рівняння площини. 4. Рівняння площини у відрізках. 5. Рівняння площини, що проходить через три точки. 1. Взаємне розміщення площин у просторі. 2. Нормальне рівняння площини. 3. Відстань від точки до площини. 4. Пучок і в'язка площин.	практичне заняття	1. Повторити різні види рівнянь площини в просторі та вміти складати їх рівняння за даними умов задачі. 2. Вміти досліджувати взаємне розміщення в просторі площин, пучок та в'язку площин. 3. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 8. Пряма в просторі 1. Способи задання прямої. 2. Напрямний вектор прямої. 3. Канонічні рівняння прямої. 4. Параметричні рівняння прямої. 5. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. 6. Взаємне розміщення двох прямих. 7. Пряма, як лінія перетину двох площин.	практичне заняття	1. Повторити різні види рівнянь прямої в просторі та вміти складати їх рівняння за даними умов задачі. 2. Вміти досліджувати взаємне розміщення в просторі прямих. 3. Розв'язати практичні завдання.	

8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 9. Пряма і площина в просторі 1. Перетин прямої і площини. 2. Належність прямої площині. 3. Паралельність прямої і площини. 4. Перпендикулярність прямої і площини. 5. Кут між прямою і площиною	практич не заняття	1. Вміти досліджувати взаємне розміщення в просторі площин та прямих. 2. Розв'язати практичні завдання	
7 год (2 год – аудиторні, 5 год – самостійна робота)	Тема 10. Поверхні другого порядку 1. Поверхні другого порядку. 2. Поверхні обертання другого порядку. 3. Еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, гіперболічний параболоїд. 4. Циліндричні поверхні. 5. Конічні поверхні. 6. Лінії другого порядку, як конічні перерізи. 7. Поняття про лінійчаті поверхні	практич не заняття	1. Пригадати канонічні рівняння невідроджених поверхонь другого порядку. 2. Вміти зводити рівняння еліпсоїдів, гіперболоїдів, параболоїдів, гіперболічних параболоїдів до канонічного вигляду та шукати їх характеристики. 3. Повторити канонічні рівняння циліндрів та конусів другого порядку. 4. Мати уявлення про лінійчаті поверхні. 5. Розв'язати практичні завдання.	
7 год (2 год – аудиторні, 5 год – самостійна робота)	Тема 11. Лінійні простори. Розмірність та базис лінійного простору 1. Означення лінійного простору. Приклади. 2. Властивості лінійних просторів. 3. Розмірність лінійного простору. 3. Базис лінійного простору. 4. Координати вектора. 5. Лінійна залежність векторів. Властивості. 6. Лінійна незалежність векторів. Властивості. 7. Зв'язок між базисами.	практич не заняття	1. Повторити означення лінійного простору та його властивостей. 2. Вміти встановлювати лінійну залежність та незалежність векторів. 3. Визначати розмірність та базис векторного простору, знаходити координати вектора в цьому базисі. 4. Встановлювати зв'язок між базисами та здійснювати перетворення координат вектора при зміні базису. 5. Знаходити підпростори лінійного простору. 6. Розв'язати практичні завдання.	

	8. Перетворення координат вектора при зміні базису. 9. Підпростори лінійного простору .			
8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 12. Розв’язування задач (підготовка до МКР)	практич не заняття	Розв’язати завдання: 1 Дано точки $A(a_{11}; a_{12}; a_{13}), B(b_{11}; b_{12}; b_{13}),$ $C(c_{11}; c_{12}; c_{13}), D(d_{11}; d_{12}; d_{13}).$ Знайти: а) $ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} $; б) $\text{пр}_{\overline{CB}} \overrightarrow{AB}$; в) площу трикутника ABC ($S_{\Delta ABC}$); г) об’єм тетраедра ABCD. 2. Дано точки $A(a_{11}; a_{12}), B(b_{11}; b_{12}),$ $C(c_{11}; c_{12})$: а) написати рівняння прямої АВ; б) обчислити висоту трикутника ABC , опущену з вершини С. 3. Знайти ексцентриситет еліпса $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0.$ 4.Провести дотичні до гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ паралельні до прямої $Ax + By + C = 0.$ 5. Розв’язати систему рівнянь $a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1$ $a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 .$ $a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3$	

			Примітка: параметри $a, b, c, d, e, A, B, C, a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}, b_1, b_2, b_3$ мають конкретні числові значення. 6. Написати рівняння площини, що проходить через точку $M(m_1; m_2; m_3)$ паралельно площині $Ax + By + Cz + D = 0$. 7. Написати параметричні рівняння прямої: $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$ 8. Знайти проекцію точки $M(m_1; m_2; m_3)$ на площину $Ax + By + Cz + D = 0$. 9. Знайти точки перетину поверхні $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dx + Ey + Fz + K = 0$ і прямої $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$. 10. Довести, що матриці $E_1 = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}, E_4 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}$ утворюють базис векторного простору квадратних матриць розмірності 2 і знайти координати матриці $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ у цьому базисі.	
2 год	МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА	самостійна робота	Повторити матеріал практичних занять	Модульна контрольна робота містить п'ять

				задач, кожна з яких оцінюється в 7 балів. Максимальна кількість балів за МКР – 35 балів, мінімальна – 21 бал (60% від максимальних 35 балів).
--	--	--	--	--

9. Форми поточного та підсумкового контролю.

Усний контроль на практичних заняттях, письмовий контроль під час написання модульної контрольної роботи.

10. Критерії оцінювання результатів навчання

Поточний і модульний контроль (60 балів)		Екзамен
Змістовий модуль (60 балів)		40 балів
Поточний контроль	МКР	
25 балів	35 балів	

Модульна контрольна робота містить п'ять задач. Кожна задача модульної контрольної роботи оцінюється в 7 балів (max).

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ – 25 балів.

Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною системою за наступними критеріями:

Бали	Критерії оцінювання
12	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно без сторонньої допомоги справляється з практичними завданнями

10-11	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно розв'язує практичні завдання, але при розв'язанні допускає помилки і неточності.
7-9	Студент недостатньо володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує підказок, при викладі теоретичного матеріалу допускає неточності, помилки.
5-6	Студент не володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує суттєвих підказок
1-4	Студент не володіє теоретичним матеріалом і розв'язує практичне завдання при суттєвій допомозі викладача та студентів
0	Не володіє теоретичним матеріалом, не виконав домашнього завдання, не може розв'язувати практичні завдання навіть при суттєвій допомозі викладача та студентів

Виводиться середнє арифметичне зароблених на практичних заняттях оцінок і бали за змістовий модуль нараховуються відповідно до „Тимчасового положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень студентів”.

Якщо $ЗМ \geq 36$, то студент допускається до здачі екзамену.

У іншому випадку (< 36) – не допускають до здачі екзамену.

Якщо на екзамені студент набирає ≥ 24 балів, то екзамен здано успішно. У іншому випадку (< 24) – екзамен не здано.

Таблиця відповідності шкал оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти

Рейтингова оцінка з навчальної дисципліни	Оцінка за шкалою ECTS	Рекомендовані системою ECTS статистичні значення (у %)	Екзаменаційна оцінка за національною шкалою	Національна залікова оцінка
90-100 і більше	A (відмінно)	10	відмінно	
82-89	B (дуже добре)	25	добре	

75-81	C (добре)	30	задовільно	зараховано
67-74	D (задовільно)	25		
60-66	E (достатньо)	10		
35-59	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)		незадовільно	не зараховано
34 і менше	F (незадовільно з обов'язковим проведенням додаткової роботи щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля)			

11. Рекомендована література

1. Конет І.М. Лекції з аналітичної геометрії / І.М.Конет, В.А.Сорич. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2013. – 200 с.
2. Конет І.М. Лекції з Лінійної алгебри / І.М.Конет, В.А.Сорич. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2013. – 216 с.
3. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / П.С.Александров. – М.: Наука, 1979. – 511 с.
4. Атанасян Л.С. Сборник задач по аналитической геометрии / Л.С. Атанасян, В.А. Атанасян. – М.: Просвещение, 1968. – 246 с.
5. Базылев В.Т. Геометрия I. / В.Т.Базілев, К.И. Дуничев, В.П. Иваницкая. – М.: Просвещение, 1974. – 351 с.
6. Бакельман И.Я. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / И.Я. Бакельман. – М.: Просвещение, 1976. – 290 с.
7. Бахвалов С.В. Сборник задач по аналитической геометрии / С.В. Бахвалов, П.С.Моденов, А.С.Пархоменко. – М.: Наука, 1964. – 440 с.
8. Білоусова В.П. та ін. Аналітична геометрія / В.П.Білоусова та ін. – К.: Вища школа, 1973. – 327 с.
9. Воеводин В.В. Линейная алгебра / В.В.Воеводин. – М.: Наука, 1974. – 336 с.
10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р.Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 576 с.
11. Годич В.І. Лінійна алгебра. Частина I. / В.І. Годич, Ю.В.Гнатюк. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2009. – 124 с.
12. Годич В.І. Лінійна алгебра. Частина I. / В.І. Годич, Ю.В.Гнатюк. – Кам'янець-Подільський: ПП «Медобори - 2006», 2011. – 161 с.

13. Годич Н.Т. Лінійна алгебра. Практикум. Частина I. / Н.Т. Годич, У.В.Гудима. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2012. – 60 с.
14. Завало С.Т. Курс алгебри / С.Т. Завало. – К.: Вища школа, 1985. – 504 с.
15. Завало С.Т. та ін. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина I. / С.Т. Завало та ін. – К.: Вища школа, 1983. – 232 с.
16. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии/ Н.В. Ефимов. – М.: Наука, 1969. – 271 с.
17. Ефимов Н.В. Квадратичные формы и матрицы / Н.В. Ефимов. – М.: Наука, 1975. – 160 с.
18. Збірник задач з аналітичної геометрії / За редакцією В.В. Кириченка. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2005. – 228 с.
19. Клетенник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д.В.Клетеник. – М.: Наука, 1969. – 253 с.
20. Конет І.М. Алгебра та геометрія. / І.М Конет, В.В. Мойко, В.А. Сорич. – Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2011. – 452 с.