

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

1. Загальна інформація про курс

Назва курсу, мова викладання	Теорія екстремальних задач Мова викладання: українська
Викладачі	Гудима Уляна Василівна, доцент кафедри математики
E-mail	ulag2107@gmail.com
Сторінка курсу в MOODLE	https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=3826#section-1
Консультації	Проведення очних консультацій

2. Анотація до курсу

Останнім часом сформувався ряд задач, предметом яких є вивчення та розробка ефективних методів розв'язання спеціальних класів екстремальних задач. Навчальна дисципліну «Теорія екстремальних задач» спрямована на більш повне, глибоке та детальне засвоєння деяких розділів математики студентами математичних спеціальностей. Основним завданням дисципліни є вивчення загальних підходів до характеристики точок мінімуму за допомогою конусів допустимих напрямків та спряжених до них конусів і отримання з їх допомогою результатів для конкретних екстремальних задач.

3. Мета та цілі курсу

Метою викладання навчальної дисципліни «Теорія екстремальних задач» є ознайомлення студентів з напрямом розвитку теорії екстремальних задач, оснований на принципі допустимих напрямків, який дозволяє з єдиної точки зору розглядати та досліджувати низку екстремальних задач.

4. Формат курсу

Стандартний очний курс.

5. Результати навчання

Очікувані результати навчання з дисципліни «Теорія екстремальних задач»:

знати:

- означення конуса лінійного над полем дійсних чисел простору з вершиною в точці 0, спряженого до нього конуса, їх властивості;
- означення внутрішніх та граничних напрямків для множини лінійного топологічного простору з точки цього простору; конусів внутрішніх та граничних напрямків (допустимих напрямків), властивості конусів допустимих напрямків; подання конусів допустимих напрямків для опуклих множин; властивості конусів допустимих напрямків для опуклих множин;
- необхідні, достатні умови та критерії оптимальності допустимого розв'язку загальної екстремальної задачі визначення мінімуму функції при обмеженнях, встановлені у термінах конусів допустимих напрямків та конусів, спряжених до них;
- критерій оптимальності допустимого розв'язку для задачі оптимізації неперервного лінійного функціонала на перетині скінченної кількості замкнених півпросторів, частковим випадком якої є задача лінійного програмування;

- подання конуса внутрішніх напрямків для множини, що є перетином сім'ї лебегових множин опуклих функцій, замкнутих півпросторів;
- теорему існування екстремального елемента для задачі найкращої апроксимації елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору; необхідну, достатню умови та критерій екстремальності елемента для цієї задачі;
- необхідні, достатні умови та критерії екстремальності елемента для задачі найкращого рівномірного наближення неперервної на компактній функції множиною інших неперервних на цьому компактній функцій.

вміти:

- складати математичні моделі задач практичного змісту;
- доводити властивості конусів з вершиною в точці 0;
- доводити властивості конусів внутрішніх та граничних напрямків для множин лінійного топологічного простору;
- описувати конуси допустимих напрямків для множин лінійних топологічних просторів;
- застосовувати вищезазначене для дослідження задачі оптимізації лінійного неперервного функціоналу на перетині скінченної кількості замкнених півпросторів, задачі найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору, задачі найкращого рівномірного наближення неперервних на компактній функцій.

6. Обсяг і ознаки курсу

Найменування показників	Характеристика навчального курсу
	Денна форма навчання
Освітня програма, спеціальність	Математика, інформатика, 014.04 Середня освіта (Математика)
Рік навчання	Четвертий/2020-2021
Семестр вивчення	другий
Нормативна/вибіркова	вибіркова
Кількість кредитів ЄКТС	9
Загальний обсяг годин	270
Кількість годин навчальних занять	90
Лекційні заняття	40
Практичні заняття	50
Семінарські заняття	-
Лабораторні заняття	-
Самостійна та індивідуальна робота	180 год.
Форма підсумкового контролю	залік

7. Пререквізити курсу

Вивчення навчальної дисципліни “Теорія екстремальних задач” потребує знань, одержаних при вивченні навчальних дисциплін: «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Аналітична геометрія», «Опуклий аналіз».

8. Технічне й програмне забезпечення

Вивчення курсу не потребує використання програмного забезпечення.

9. Політика курсу

Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу.

Студент повинен відпрацювати або перездати певний вид роботи у випадках:

- студент пропустив лекційне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та відповідати на питання в межах вивченого теоретичного матеріалу);
- студент пропустив практичне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та уміти застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється);
- якщо під час практичних занять студент отримав незадовільну оцінку (у цьому випадку студент зобов'язаний сумлінно оволодіти матеріалом та вміннями застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється).

При умові відсутності заборгованостей та написанні модульних контрольних робіт на позитивну оцінку, залік виставляється автоматично.

10. Схема курсу

Змістовий модуль 1. *Конуси допустимих напрямків та їх властивості. Характеризація точок мінімуму для абстрактних екстремальних задач*

Тема	Форма заняття	Завдання	Вага оцінки
Тема 1. Конуси лінійного над полем дійсних чисел простору з вершиною в точці нуль.	Лекція (2 год). Практичне заняття (4 год). Самостійна робота (7 год).	– Предмет навчальної дисципліни “Теорія екстремальних задач”. – Приклади екстремальних задач. – Конуси лінійного над полем дійсних чисел простору з вершиною в точці 0. – Приклади.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 2. Конуси допустимих напрямків для множини лінійного топологічного простору з точки цього простору.	Лекція (2 год). Практичне заняття (10 год). Самостійна робота (12 год).	– Допустимі напрямки для множини лінійного топологічного простору з точки цього простору. – Конуси внутрішніх та граничних напрямків для множини лінійного топологічного простору з точки цього простору. – Властивості конусів внутрішніх та граничних напрямків.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 3. Конуси допустимих напрямків для опуклих множин та їх властивості.	Лекція (4 год). Практичне заняття (6 год). Самостійна	– Конуси допустимих напрямків для опуклих множин та їх властивості.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється

	робота (10 год).		по 12- бальній системі оцінювання.
Тема 4. Структура конуса внутрішніх напрямків для півпростору. Структура конуса граничних напрямків для замкненого лінійного многовиду.	Лекція (6 год). Самостійна робота (8 год). Практичне заняття(8 год.)	– Конуси допустимих напрямків для півпросторів та лінійних многовидів.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 5. Характеризація точок мінімуму з допомогою конусів допустимих напрямків. Критерій точки мінімуму для абстрактної задачі опуклого програмування.	Лекція (3 год). Самостійна робота (12 год).	– Характеризація точок мінімуму з допомогою конусів допустимих напрямків. – Необхідна умова точки мінімуму функції на множині, що є перетином кількох довільних множин лінійного топологічного простору. – Критерій точки мінімуму для абстрактної задачі опуклого програмування.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 6. Критерії неперетинності кількох непорожніх опуклих конусів з вершиною в точці нуль лінійного топологічного простору.	Лекція (2 год). Самостійна робота (10 год).	– Критерій неперетинності кількох непорожніх опуклих конусів з вершиною в точці 0.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 7. Основна теорема характеризування точки мінімуму абстрактної задачі опуклого програмування.	Лекція (4 год). Самостійна робота (12 год).	– Необхідна умова точки мінімуму деякої абстрактної екстремальної задачі у випадку, коли відповідні конуси допустимих напрямків є непорожніми та опуклими. – Основна теорема характеризування точки мінімуму абстрактної задачі опуклого програмування.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 8. Критерій	Лекція (4 год).	– Критерій	Відповідь на

неперетинності кількох півпросторів лінійного над полем дійсних чисел простору.	Самостійна робота (10 год).	неперетинності кількох півпросторів лінійного над полем дійсних чисел простору.	практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Мкр №1	Практичне заняття (2 год). Самостійна робота (5 год).	Модульна контрольна робота містить 5 питань. Кожне питання максимально оцінюється у 5 балів.	Максимально можна отримати за написання МКР 30 балів. Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на 18 балів, потрібно виконати повторно.

Змістовий модуль 2. *Задача про мінімізацію неперервного лінійного функціонала на многограннику. Задача найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору. Задача найкращого рівномірного наближення неперервної на компактній функції множиною інших неперервних на цьому компактній функцій*

Тема	Форма заняття	Завдання	Вага оцінки
Тема 1. Задача про мінімізацію неперервного лінійного функціонала на многограннику. Критерій оптимальності допустимого розв'язку цієї задачі.	Лекція (5 год). Практичне заняття (2 год). Самостійна робота (9 год).	– Мінімізація неперервного функціонала на многограннику. – Критерій оптимальності допустимого розв'язку задачі мінімізації неперервного лінійного функціонала на многограннику.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 2. Критерії неперервності відображення прямого добутку компактна і топологічного простору, яке задається сім'єю дійснозначних функцій, заданих на цьому топологічному просторі, параметризованою точками	Лекція (2 год). Самостійна робота (9 год).	– Критерій неперервності відображення прямого добутку компакта і топологічного простору, яке задається сім'єю дійснозначних функцій, заданих на цьому топологічному просторі,	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.

компактна.		параметризованою точками компактна.	
Тема 3. Зв'язок між внутрішністю перетину деякої сім'ї замкнених лебегових множин опуклих неперервних функцій і перетином їх внутрішностей.	Практичне заняття (4 год). Самостійна робота (10 год).	– Зв'язок між конусом внутрішніх напрямків перетину (об'єднання) сім'ї множин з перетином (об'єднанням) конусів внутрішніх напрямків цих множин. – Зв'язок між конусом граничних напрямків перетину (об'єднання) сім'ї множин з перетином (об'єднанням) конусів граничних напрямків цих множин.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 4. Подання конуса внутрішніх напрямків для деякої множини, що є перетином сім'ї лебегових множин неперервних опуклих функцій.	Практичне заняття (4 год). Самостійна робота (10 год).	– Подання конуса внутрішніх напрямків для деякої множини, що є перетином сім'ї лебегових множин неперервних опуклих функцій	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 5. Локальна компактність та замкненість скінченновимірного підпростору лінійного нормованого простору.	Практичне заняття (2 год). Самостійна робота (10 год).	– Поняття локальної компактності. Приклади. – Локальна компактність скінченновимірного підпростору (додаткові твердження).	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 6. Задача найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору. Деякі теореми існування екстремального елемента для цієї задачі.	Практичне заняття (2 год). Самостійна робота (9 год).	– Задача найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору. – Деякі теореми існування екстремального елемента для цієї задачі.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 7. Необхідні, достатні умови та критерії екстремальності елемента для задачі найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього простору.	Практичне заняття (4 год). Самостійна робота (10 год).	– Необхідні, достатні умови та критерії екстремального елемента для задачі найкращого наближення елемента лінійного нормованого простору множиною цього	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.

		простору.	
Тема 8. Задача найкращого рівномірного наближення неперервної на компактній функції множиною інших неперервних на цьому компактній функцій.	Лекція (2 год). Самостійна робота (12 год).	– Задача найкращого рівномірного наближення неперервної на компактній функції множиною інших неперервних на цьому компактній функцій.	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Тема 9. Необхідні, достатні умови та критерії екстремальності елемента для задачі найкращого рівномірного наближення неперервної на компактній функції множиною інших неперервних на цьому компактній функцій.	Лекція (4 год). Самостійна робота (10 год).	– Необхідні, достатні умови та критерії екстремальності елемента для задачі найкращого рівномірного наближення неперервної на компактній функції множиною інших неперервних на цьому компактній функцій	Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.
Мкр №2	Практичне заняття (2 год). Самостійна робота (5 год).	Модульна контрольна робота містить 5 питань. Кожне питання максимально оцінюється у 5 балів.	Максимально можна отримати за написання МКР 30 балів. Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на 18 балів, потрібно виконати повторно.

11. Система оцінювання та вимоги

Критерії оцінювання результатів Поточний контроль на практичних заняттях - 20 балів. Оцінювання на практичних заняттях відбувається за 12 бальною системою відповідно до критеріїв визначених Тимчасовим положенням про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (зі змінами та доповненнями).

Модульна контрольна робота №1, 2 – 30 балів.

Робота містить 5 теоретичних питань. За відповідь на питання бали нараховуються відповідно до таких критеріїв:

6 балів	Студент виявляє глибокі фундаментальні знання, повно викладає вивчений матеріал, розуміє можливість різних тлумачень однієї і тієї ж проблеми, вміє оцінювати аргументи для її доведення, формулює своє бачення проблеми, виявляє розуміння матеріалу, може обґрунтувати судження, застосувати знання на практиці у нестандартних ситуаціях, наводити необхідні приклади, викладає матеріал логічно, послідовно.
5-4 бали	Студент виявляє достатні знання теорії, повно викладає вивчений матеріал, виявляє розуміння предмета висловлення, але при цьому студент допускає 1-2 несуттєвих помилки і 1-2 недоліки в послідовності викладу матеріалу. Студент вміє наводити власні приклади на підтвердження нових думок, може застосувати вивчений матеріал у стандартних та дещо змінених ситуаціях.
3 бали	Якщо студент виявляє знання і розуміння основних положень предмета, але викладає матеріал неповно: правильно формулює означення та теореми, але неспроможний їх доводити. Не вміє досить глибоко і доказово обґрунтовувати свої судження і наводити приклади.
2 бали	Якщо студент виявляє незнання більшої частини вивченого матеріалу. Допускає помилки у формулюванні понять, які спотворюють їх зміст, не вміє самостійно побудувати систему вивчення певних тем, хаотично і невпевнено викладає матеріал. Студент неспроможний виконати стандартні завдання навіть після навідних запитань викладача.
1 бал	Якщо студент виявляє повне незнання частини вивченого матеріалу.

Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на 18 балів, потрібно виконати повторно.

РОЗПОДІЛ БАЛІВ ЗА ЗМІСТОВИМИ МОДУЛЯМИ :

Поточний і модульний контроль (100 балів)				Сума
Змістовий модуль 1 (50 балів)		Змістовий модуль 2 (50 балів)		100
Поточний контроль	МКР	Поточний контроль	МКР	
20 балів	30 балів	20 балів	30 балів	

Рекомендована література Основна

1. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник/ М.П. Моклячук. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2009.– 380 с.
2. Моклячук М.П. Негладкий аналіз та оптимізація : навчальний посібник/ М.П. Моклячук. – К.: Видавничо- поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 399 с.
3. Лоран П.-Ж. Аппроксимация и оптимизация/ П.-Ж. Лоран. – М. : Мир, 1975. – 496 с.

4. Жалдак М.І. Основи теорії і методів оптимізації. Навчальний посібник/ М.І. Жалдак, Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама Україна, 2005.– 608с.
5. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения/ Н.П. Корнейчук. – М.: Наука, 1976. – 320с.
6. Пшеничный Б.Н. Необходимые условия экстремума/ Б.Н. Пшеничный. – М.: Наука, 1982. – 144с.

Додаткова

7. Моклячук М.П. Основи опуклого аналізу. Навчальний посібник/ М.П. Моклячук. – К.: Видавництво ТВІМС, 2004.– 240 с.
8. Галеев Э.М. Краткий курс теории экстремальных задач/ Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 204 с.
9. Дзядык В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами/ В.К. Дзядык. – М.: Наука, 1977. – 512с.
10. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближения/ В.М. Тихомиров. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 307 с.
11. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа/ Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 520с.