

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
фізико-математичний факультет
кафедра математики

1. Загальна інформація про курс

Назва курсу, мова викладання	Теорія наближень, мова викладання – українська
Викладач	Сорич Віктор Андрійович, доцент
Профайл викладача	http://math.kpnu.edu.ua/kaf//sorych
E-mail:	viktor_sorych@kpnu.edu.ua
Сторінка курсу в MOODLE	https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=943
Консультації	Щовівторка на фізико-математичному факультеті з 14.20 до 15.20 год.

2. Анотація курсу

Основними завданнями вивчення дисципліни “Теорія наближень” є: ознайомлення із основними (класичними) методами, результатами та задачами теорії наближень, закладеними в роботах Чебишева, Вейєрштрасса, Бернштейна та ін. про наближення многочленами індивідуальних функцій та їх класів; формування широкого погляду на математичний аналіз та методи його досліджень, проектуючи отриманні знання на застосування таких підходів; поглиблення знань класичного математичного аналізу; ознайомлення із сучасними підходами до класифікації функцій, зокрема періодичних, що базуються на поняттях (ψ, β) -похідної та $\bar{\psi}$ -інтеграла, запропонованих О.І.Степанцем, постановками екстремальних задач на таких класах і зв'язок їх із класичними задачами теорії наближень.

Курс "Теорія наближень " належить до дисциплін професійної підготовки.

Тип дисципліни: нормативна.

3. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: ґрунтовна математична підготовка бакалавра, розвиток його логічного мислення, глибоке наукове обґрунтування фундаментальних понять шкільного курсу математики: функції, границі, неперервності, інтеграла, многочлена та методів наближеного подання довільних функцій за допомогою найпростіших аналітичних апаратів, оволодіння математичними методами пізнання навколишнього світу, відомостями з історії розвитку математики і т.п.

Завдання: ознайомлення із основними (класичними) методами, результатами та задачами теорії наближень, закладеними в роботах Чебишева, Вейєрштрасса, Бернштейна та ін. про наближення многочленами індивідуальних функцій та їх класів; формування широкого погляду на математичний аналіз та методи його досліджень, проектуючи отримані знання на застосування таких підходів у шкільному курсі математики; поглиблення знань класичного математичного аналізу; ознайомлення із сучасними

підходами до класифікації функцій, зокрема періодичних, що базуються на поняттях (ψ, β) -похідної та $\overline{\psi}$ -інтеграла, запропонованих О.І.Степанцем, постановками екстремальних задач на таких класах і зв'язок їх із класичними задачами теорії наближень.

4. Формат курсу

Стандартний очний навчальний курс.

5. Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен вміти:

- застосовувати різні методи (алгебраїчні, опуклого аналізу, теорії функцій, функціонального аналізу) до розв'язування найпростіших задач теорії наближень;
- використовувати теореми Вейерштрасса рівномірної апроксимації функцій при розв'язуванні окремих задач математичного аналізу;
- знаходити многочлен найкращого наближення окремих індивідуальних функцій;
- розвивати періодичну функцію в ряд Фур'є;
- знаходити (ψ, β) -похідні функції;

Тип дисципліни: нормативна.

6. Обсяг і ознаки курсу

Найменування показників	Характеристика навчальної дисципліни
	денна форма навчання
Рік навчання	4
Семестр вивчення	7-й
Кількість кредитів ЄКТС	4
Загальний обсяг годин	120
Кількість годин навчальних занять	40
Лекційні заняття	20
Практичні заняття	20
Семінарські заняття	-
Лабораторні заняття	-
Самостійна та індивідуальна робота	80
Форма підсумкового контролю	залік

7. Політика курсу

Норми етичної поведінки. Відповідно до діючого в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка кодексу академічної доброчесності, всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

Академічна доброчесність. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Студенти не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилаються на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання.

Відвідування занять. Очікується, що всі студенти відвідають усі практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.

Поведінка в аудиторіях університету. Очікується, що впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності.

Підсумковий контроль. Семестрові заліки з даного предмету забезпечують два підсумкових контролю, що полягають в оцінюванні рівня засвоєння студентом навчального матеріалу та набуття необхідних професійних вмінь на підставі оцінок, отриманих ним на практичних заняттях і за результатами написання модульних контрольних робіт. Перескладання заліку відбувається у встановлений деканатом термін. Процедура перескладання заліку включає в себе демонстрацію студентом-боржником теоретичних знань і практичних навичок і вмінь з певної теми курсу, а також написання модульних контрольних робіт (якщо роботи були написані на незадовільні оцінки).

8. Програма навчальної дисципліни Денна форма навчання

Кількість акад. год.	Тема, план	Форма заняття	Завдання	Вага оцінки (балів)
12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 1. Теорема Вейєрштрасса рівномірної апроксимації функцій многочленами 1. Перша теорема Вейєрштрасса. 2. Друга теорема Вейєрштрасса. 3. Зв'язок теорем Вейєрштрасса між собою. 4. Поширення теорем Вейєрштрасса на інші множини функцій.	практичне заняття	1. Пригадати формулювання першої та другої теорем Вейєрштрасса, їхні конструктивні реалізації на інтерполяційних многочленах: а) Бернштейна – алгебраїчний випадок; б) Валле-Пуссена – тригонометричний випадок. 2. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 2. Многочлени найкращого наближення 1. Теорема Бореля існування алгебраїчного (тригонометричного) многочлена найкращого наближення. 2. Число коренів тригонометричного многочлена. 3. Теорема Чебишева про характеристику многочлена найкращого наближення.	практичне заняття	1. Розуміти зміст теорем Бореля, Чебишева. 2. Навчитися знаходити чешевський альтернанс у елементарних задачах найкращого наближення. 3. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і

	<p>4. Теорема Валле-Пуссена про оцінку величини найкращого наближення алгебраїчним (тригонометричним) многочленом.</p> <p>5. Многочлени Чебишева. Деякі властивості многочленів Чебишева.</p>			практичний матеріал теми заняття.
<p>6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема 3. Тригонометричні многочлени найкращого наближення</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Теорема Бореля існування тригонометричного многочлена найкращого наближення. 2. Число коренів тригонометричного многочлена. 3. Теорема Чебишева про характеристику тригонометричного многочлена найкращого наближення. 4. Теорема Валле-Пуссена про оцінку величини найкращого наближення тригонометричним многочленом. 5. Многочлени Чебишева. Чебишовський альтернанс. 6. Єдиність многочлена найкращого наближення даної неперервної функції. 	практичне заняття	<ol style="list-style-type: none"> 1. Пригадати формулювання теорем Бореля, Чебишева у періодичному випадку. 2. Бачити схожість та відмінність побудови тригонометричних многочленів найкращого наближення з алгебраїчним випадком. 3. Розв'язати практичні завдання. 	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перекласти теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
<p>12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема 4. Ряди Фур'є. Збіжність рядів Фур'є</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття ряду Фур'є. Коефіцієнти Фур'є. 2. Інтегральне зображення частинних сум S_n ряду Фур'є $S[f]$ та їх середніх арифметичних σ_n. 3. Наближення функцій в середньому квадратичному. Властивість коефіцієнтів Фур'є. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля. 3. Збіжність і рівномірна збіжність ряду Фур'є. 	практичне заняття	<ol style="list-style-type: none"> 1. Повторити формули відшукування коефіцієнтів Фур'є. 2. Вміти зображати частинні суми та їх середні арифметичні рядів Фур'є в інтегральному вигляді. 3. Розв'язати практичні завдання. 	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перекласти теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
<p>12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)</p>	<p>Тема 5. Класи періодичних функцій</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Класи диференційовних функцій. 2. Спряжені функції та їх класи. 3. Класи Вейля-Надя. 4. Класи Степанця О.І. 5. Задачі теорії наближення на класах функцій. 	практичне заняття	<ol style="list-style-type: none"> 1. Розуміти суть класифікації диференційовних функцій. 2. Розглянути основні типи задач теорії наближення на класах функцій. 3. Розв'язати практичні завдання. 	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перекласти теоретичний і практичний

				матеріал теми заняття.
12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 6. Розв’язування практичних задач з дисципліни	практичне заняття	<p>Розв’язати задачі:</p> <p>1. Розвинути у ряд Фур’є функцію $y = \cos x$. Користуючись розвиненням, знайти суми рядів $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4n^2 - 1}$ та $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$, написати формулу Парсеваля функції f.</p> <p>2. При кожному $n: 0, 1, 2, 3$ для функції $f(x) = \sqrt{x}$ знайти многочлен Бернштейна $B_n(f; x)$ на відрізку $[0, 1]$, та відстань $\Delta_n(f; B_n)$ між функцією $f(x)$ та її інтерполюючим многочленом $B_n(f; x)$ в метриці простору $C_{[0,1]}$.</p> <p>3. Знайти лінійний многочлен, що найменше відхиляється на відрізку $[1, 2]$ в розумінні неперервної метрики від функції $f(x) = 2^x$.</p> <p>3. Знаючи, що функція $f(x) \in W_1^{\frac{1}{2}}\mathcal{R}$ ($W_1^{\frac{1}{2}}\mathcal{R}$ клас Вейля-Надя) записати у вигляді інтеграла її похідну $f_1^{(\frac{1}{4})}(x)$.</p>	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
2 год.	МКР	самостійна робота		Модульна контрольна робота містить чотири задачі, кожна з яких оцінюється в 10 балів. Максимальна кількість балів за МКР 40 балів, мінімальна – 24 бали (60% від максимальних 40 балів).

9. Форми поточного та підсумкового контролю.

Усний контроль на практичних заняттях, письмовий контроль під час написання модульної контрольної роботи.

РОЗПОДІЛ БАЛІВ

Поточний і модульний контроль (100 балів)			Сума
Змістовий модуль 1			100
Поточний контроль	МКР	Колоквіум	
30 балів	40 балів	30 балів	

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ – 30 балів.

Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною системою за наступними критеріями:

Бали	Критерії оцінювання
12	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно без сторонньої допомоги справляється з практичними завданнями
10-11	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно розв'язує практичні завдання, але при розв'язанні допускає помилки і неточності.
7-9	Студент недостатньо володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує підказок, при викладі теоретичного матеріалу допускає неточності, помилки.
5-6	Студент не володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує суттєвих підказок
1-4	Студент не володіє теоретичним матеріалом і розв'язує практичне завдання при суттєвій допомозі викладача та студентів
0	Не володіє теоретичним матеріалом, не виконав домашнього завдання, не може розв'язувати практичні завдання навіть при суттєвій допомозі викладача та студентів

Виводиться середнє арифметичне зароблених на практичних заняттях оцінок і бали за змістовий модуль нараховуються відповідно до „Тимчасового положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень студентів”.

Підсумковий рейтинг з кредитного модуля (дисципліни).

Рейтингова оцінка з кредитного модуля	Оцінка за шкалою ECTS	Рекомендовані системою ECTS статистичні значення (у %)	Національна залікова оцінка
90-100	A (відмінно)	10	зараховано
82-89	B (дуже добре)	25	
75-81	C (добре)	30	
67-74	D (задовільно)	25	
60-66	E (достатньо)	10	
35-59	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)		
34 і менше	F (незадовільно з обов'язковим проведенням додаткової роботи)		

	щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля)		не зараховано
--	--	--	---------------

10. Рекомендована література

1. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации / Н.И.Ахиезер.– М.: Наука, 1970. – 303 с.
2. Дзядык В.К. Введение в теории равномерного приближения функций полиномами/В.К. Дзядык– М.: Наука, 1977.- 512 с.
3. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения/Н.П. Корнейчук– М.: Наука, 1976.- 320 с.
4. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной/И.П. Натансон .-М.: Наука, 1974. – 480 с.
5. Натансон И.П. Конструктивная теория функций.– М.: Гостехиздат, 1949.- 688 с.
6. Никольский С.М. Об асимптотическом поведении остатка при приближении функций, удовлетворяющих условию Липшица, суммами Фейера// Изв.АН СССР, Сер.мат.- 1940. 4, № 6. – с. 501-508.
7. Нестеренко О.Н. Елементи теорії наближень : навч.посібник/ О.Н. Нестеренко – К.: сайт мех.мат. ф-ту КНУ ім. Тараса Шевченка, 2013. – 53 с.
8. Степанец А.И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами/ А.И. Степанец .-К.: Наук.думка, 1981.- 340 с.
9. Степанец А.И. Методы теории приближений: В 2 ч./ А.И. Степанец– К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002.– ч.І.- 427 с.
10. Степанец А.И. Методы теории приближений: В 2 ч./ А.И. Степанец.– К.: Ин-т математики НАН Украины, 2002.– ч.ІІ.- 468 с.
11. Тиман М.Ф. Аппроксимация и свойства периодических функций / М.Ф.Тиман. – К.: Наукова думка, 2009. – 376 с.
12. Тиман А.Ф. Теория приближений функций действительного переменного / А.Ф.Тиман. – М.: Физматгиз, 1960. – 624 с.

Додаткова література

13. Бари Н.К. Тригонометрические ряды / Н.К. Бари. – М.: Гос. издат. техн.-теор. лит, 1961.- 936 с.
14. Дороговцев А.Я. Математический анализ: справочное пособие / А.Я.Дороговцев. – К.: Вища школа, 1985. – 528 с.
15. Виленкин Н.Я. Задачник по курсу математического анализа/ под ред. Н.Я. Виленкина.- М.: Просвещение. 1971.- 336 с.
16. Кальчук І.В. Елементи теорії наближень. Навч. посібник/ І.В. Кальчук, Ю.І. Харкевич.- Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2017. – 106 с.
17. Сорич В.А. Наилучшее совместное приближение функций и их производных / В.А. Сорич .- К.: 1989.- с.3-54.- (Препр./ АН УССР. Ин-т математики; 89.19).
18. Сорич Н.М. Практикум з математичного аналізу. Навч. посібник./ Н.М. Сорич, В.А. Сорич.- Кам'янець-Подільський: Кам'янець- Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2018.- 67 с.
19. Степанец А.И. Совместное приближение периодических функций и их производных суммами Фурье/ А.И. Степанец, Н.Н. Сорич // Матем.Заметки, 1984, 36, № 6 с. 873-882.
20. Шунда Н.М. Практикум з математичного аналізу: інтегральне числення. Ряди: навч.посібник / Н.М. Шунда, А.А.Томусяк. – К.: Вища школа, 1995. – 541 с.
21. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления/ Г.М. Фихтенгольц – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. Литературы. 1970. –Т.2, - 800 с.; -Т.3, - 782 с.