

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
фізико-математичний факультет
кафедра математики

1. Загальна інформація про курс

Назва курсу, мова викладання	Теорія ймовірності і математична статистика – українська
Викладач	Сорич Ніна Миколаївна, доцент
Профайл викладача	http://math.kpnu.edu.ua/kaf/sorych/
E-mail:	sorych@kpnu.edu.ua
Сторінка курсу в MOODLE	https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=943
Консультації	Щовівторка на фізико-математичному факультеті з 14.20 до 15.20 год.

2. Анотація курсу

Основними завданнями вивчення дисципліни теорія ймовірностей і математична статистика є орієнтування підготовки студентів на оволодіння узагальненими прийомами розв'язання професійних задач таких типів:

- дослідження випадкових явищ, які можуть зустрітися у професійній діяльності;
- первинна обробка результатів експериментів у професійній діяльності.

Курс " Теорія ймовірності і математична статистика " належить до дисциплін професійної підготовки.

Тип дисципліни: нормативна.

3. Мета та завдання курсу

Метою викладання навчальної дисципліни " Теорія ймовірності і математична статистика " є формування у майбутніх фахівців знань з основ застосування ймовірнісно-статистичного апарату для розв'язування теоретичних і

практичних економічних задач та умінь будувати математичні моделі, що відображають ті чи інші аспекти випадкових явищ, і виконувати обробку експериментальних даних.

4. Формат курсу

Стандартний очний навчальний курс.

5. Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

знати:

- класичне означення ймовірності події;
- теореми додавання та множення ймовірностей;
- схему Бернуллі;
- основні закони розподілу ймовірностей (рівномірний, біноміальний, Пуассона, нормальний);
- означення основних числових характеристик випадкових величин;
- формули для обчислення вибірових середніх;
- рівняння прямої лінії регресії

вміти:

- обчислювати ймовірності подій за класичною формулою;
- обчислювати ймовірності подій за формулою Бернуллі;
- застосовувати асимптотичні формули Муавра-Лапласа;
- застосовувати наближену формулу Пуассона;
- знаходити числові характеристики випадкових величин;
- знаходити вибірові середні.

6. Обсяг і ознаки курсу

Найменування показників	Характеристика навчальної дисципліни
	денна форма навчання
Рік навчання	1
Семестр вивчення	2-й
Кількість кредитів ЄКТС	5
Загальний обсяг годин	150
Кількість годин навчальних занять	60
Лекційні заняття	30
Практичні заняття	30
Семінарські заняття	-
Лабораторні заняття	-
Самостійна та індивідуальна робота	90
Форма підсумкового контролю	екзамен

7. Політики курсу

Норми етичної поведінки. Відповідно до діючого в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка кодексу академічної доброчесності, всі учасники освітнього процесу в університеті повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності; підвищувати престиж університету досягненнями в навчанні та науково-дослідницькій діяльності; дбайливо ставитися до університетського майна.

Академічна доброчесність. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Студенти не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах обов'язково посилаються на використані джерела інформації. Під час оцінювання результатів навчання

не користуються недозволеними засобами, самостійно виконують навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю результатів навчання.

Відвідування занять. Очікується, що всі студенти відвідають усі практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.

Поведінка в аудиторіях університету. Очікується, що впродовж практичних занять студенти дотримуються діючих правил охорони праці, безпеки життєдіяльності.

Підсумковий контроль. Семестрові заліки з даного предмету забезпечують два підсумкових контролю, що полягають в оцінюванні рівня засвоєння студентом навчального матеріалу та набування необхідних професійних вмінь на підставі оцінок, отриманих ним на практичних заняттях і за результатами написання модульних контрольних робіт. Перескладання заліку відбувається у встановлений деканатом термін. Процедура перескладання заліку включає в себе демонстрацію студентом-боржником теоретичних знань і практичних навичок і вмінь з певної теми курсу, а також написання модульних контрольних робіт (якщо роботи були написані на незадовільні оцінки).

8. Програма навчальної дисципліни

Денна форма навчання

Кількість акад. год.	Тема, план	Форма заняття	Завдання	Вага оцінки (балів)
6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)	ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. Випадкові події та випадкові величини Тема 1. Елементи комбінаторики 1.Правила суми і добутку. 2. Розміщення, перестановки, комбінації без повторень та з повтореннями .	практичне заняття	1. Вміти обчислювати кількість розміщень, перестановок, комбінацій без повторень та з повтореннями. 2. Повторити формули включень та виключень. 3. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати

	4. Формули включень та виключень.			теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)	Тема 2. . Випадкові події. Означення ймовірності. 1.Випадкові події, операції над ними, їх властивості. 2.Класичне означення ймовірності.	практич не заняття	1. Вміти шукати ймовірність події. 2. Вміти шукати ймовірність суми та добутку подій. 3. Розв’язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)	Тема 3. Додавання і множення ймовірностей 1. Теореми додавання і множення ймовірностей. 2. Умовна ймовірність. Незалежні події. 3. Формула повної ймовірності. 4. Формули Байєса.	практич не заняття	1. Вміти розрізняти сумісні та несумісні, залежні та незалежні події. 2. Пригадати формули повної ймовірності та Байєса. 3. Розв’язати практичні завдання.	
12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 4. Схема Бернуллі 1. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. 2. Найімовірніше число “ успіхів ” у схемі Бернуллі. 3. Наближені формули для біномних ймовірностей.	практич не заняття	1. Пригадати формулу Бернуллі. 2. Вміти шукати найімовірніше число “ успіхів ” у схемі Бернуллі. 3.Знати наближені формули для біномних ймовірностей. 4. Розв’язати практичні завдання.	
12 год (4 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 5. Числові характеристики випадкових величин 1. Математичне сподівання 2. Дисперсія та її властивості, середнє квадратичне відхилення 3. Мода, медіана, моменти.	практич не заняття	1. Вміти будувати закон розподілу випадкових величин. 2. Вміти знаходити числові характеристики в.в. по заданому закону розподілу. 3. Розв’язати практичні завдання.	

6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)	Тема 6. Закони розподілу випадкових величин 1. Дискретні та неперервні випадкові величини. 2. Функція розподілу та щільність розподілу випадкової величини. 3. Основні класичні дискретні розподіли: біноміальний розподіл, розподіл Пуассона, геометричний розподіл. 4. Основні класичні неперервні розподіли: рівномірний розподіл на відрізку, нормальний закон розподілу, показниковий закон розподілу.	практичні заняття	1. Пригадати класичні дискретні та неперервні закони розподілу в.в. 2. Вміти розв’язувати задачі із використанням числових характеристик відомих законів розподілу в.в. 3. Розв’язати практичні завдання.												
6 год (2 год – аудиторні, 4 год – самостійна робота)	Тема 7. Розв’язування задач (підготовка до МКР № 1)	практичне заняття	1. У розіграші першості країни з футболу беруть участь 17 команд. Скількома способами можуть, бути розподілені золота, срібна і бронзова медалі? 2. В урні 10 білих та 15 чорних кульок. На Навмання виймають 3 . Яка ймовірність, що вони одного кольору ? 3. В цеху працює 16 верстатів, з них марки А - 8, марки В - 4 маркии С - 4. Ймовірність того, що деталь стандартна для ата марк марки А - 0,9 , для марки В - 0,8, для марки С - 0,7. відсо ток стандартних деталей випускає цех ? 4.Випадкова величина ξ розподілена таким чином <table><tr><td>ξ</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>p</td><td>0,1</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,3</td><td>0,1</td></tr></table> Обчислити її математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення.	ξ	-2	-1	0	1	2	p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1
ξ	-2	-1	0	1	2										
p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1										

2 год	МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №1	самостійна робота	Повторити матеріал практичних занять.	Модульна контрольна робота (МКР) №1 містить чотири задачі, кожна з яких оцінюється в 3,75 бала. Максимальна кількість балів за МКР №1 – 15 балів, мінімальна – 9 балів (60% від максимальних 15 балів).
10 год (2 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. Математична статистика Тема 1. Закон великих чисел 1. Збіжність за ймовірністю послідовності випадкових величин. 2. Нерівності Чебишева і Маркова та їх застосування. 3. Закон великих чисел у формі теорем Чебишева та Бернуллі. 4. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа.	практичне заняття	1. Пригадати нерівності Чебишева і Маркова та їх застосування 2. Сформулювати локальну та інтегральну теореми Муавра-Лапласа. 3. Розв'язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
11 год (2 год – аудиторні, 9 год – самостійна робота)	Тема 2. Основи математичної статистики 1. Предмет і задачі математичної статистики 2. Первинна обробка статистичного матеріалу. 3. Графічне зображення варіаційних рядів. 4. Емпірична функція розподілу. Вибіркові	практичне заняття	1. Вміти будувати варіаційний ряд. 2. Вміти обчислювати вибіркові характеристики. 3. Розв'язати практичні завдання.	

	характеристики. 5.Варіаційний ряд та його характеристики. Полігон. Гістограма.			
10 год (2 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 3. Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності 1. Точкові оцінки параметрів розподілу 2. Оцінка ймовірності події через частоту 3. Оцінки для математичного сподівання і дисперсії 4. Метод умовних варіант 5. Метод моментів 6. Інтервальні оцінки параметрів розподілу	практич не заняття	1. Пригадати надійні межі для ймовірності події. 2. Пригадати надійний інтервал для математичного сподівання. 3. Знати як методом умовних варіант обчислити вибіркві середнє та дисперсію. 4. Розв’язати практичні завдання.	На кожному практичному занятті студент може отримати від 0 до 12 балів. У разі отримання 0-3 бали необхідно перескладати теоретичний і практичний матеріал теми заняття.
11 год (2 год – аудиторні, 9 год – самостійна робота)	Тема 4. Елементи теорії кореляції 1. Лінійна кореляція 2.Нелінійна кореляція: параболічна кореляція, гіперболічна кореляція, вибіркве кореляційне відношення 3. Рангова кореляція	практич не заняття	1. Знати суть мінімуму суми квадратів відстаней. Вміти обчислювати коефіцієнти кореляцій. 2. Вміти обчислювати коефіцієнти рангової кореляції. 3. Розв’язати практичні завдання.	
10 год (2 год – аудиторні, 8 год – самостійна робота)	Тема 5. Статистична перевірка гіпотез 1. Статистична перевірка гіпотез про ймовірність. 2. Критерій узгодження χ^2 Пірсона. 3. Перевірка гіпотез про математичне сподівання і дисперсію. 4. Перевірка гіпотез про вибірквий коефіцієнт кореляції. 5. Перевірка гіпотез про вибіркві коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кендалла.	практич не заняття	1.Вміти використовувати формули по статистичній перевірці гіпотез. 2. Розв’язати практичні завдання.	

8 год (2 год – аудиторні, 6 год – самостійна робота)	Тема 6. Розв’язування задач (підготовка до МКР № 2)	практичне заняття	Розв’язати задачі:																	
			1. Для вибірки методом умовних варіант обчислити вибіркове середнє та вибіркиму дисперсiю.																	
			<table><tr><td>X_i</td><td>-0,1</td><td>0</td><td>0,1</td><td>0,3</td><td>0,5</td></tr><tr><td>n_i</td><td>5</td><td>12</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>						X_i	-0,1	0	0,1	0,3	0,5	n_i	5	12	3	3	2
			X_i	-0,1	0	0,1	0,3	0,5												
			n_i	5	12	3	3	2												
			2. Дискретна випадкова величина задана таким законом розподілу:																	
			<table><tr><td>x</td><td>0,6</td><td>0,7</td></tr><tr><td>p</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr></table>						x	0,6	0,7	p	0,5	0,5						
			x	0,6	0,7															
			p	0,5	0,5															
			Використовуючи нерівність Чебишева, обчислити $P\{ X - M(X) < 0,6\}$.																	
3. Вказати надійні межі для ймовірності події, яка настала 51 раз при 100 випробуваннях, при надійному рівні $\beta = 0,99$.																				
4. Для вибірки																				
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr></table>						x	1	3	4	5	y	2	4	5	6					
x	1	3	4	5																
y	2	4	5	6																
побудувати лінійну регресію y на x .																				
Обчислити коефіцієнти рангової кореляції Спірмена і Кендалла для рангів																				
<table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y_i</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td></tr></table>						x_i	1	2	3	4	5	6	y_i	2	1	5	3	6	4	
x_i	1	2	3	4	5	6														
y_i	2	1	5	3	6	4														
							7	8												
							7	8												

2 год	МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА №2	самостій на робота	Повторити матеріал практичних занять.	Модульна контрольна робота №2 містить п'ять задач, кожна з яких оцінюється в 3 бали. Максимальна кількість балів за МКР №2 – 15 балів, мінімальна – 9 балів (60% від максимальних 15балів).
-------	-------------------------------	--------------------------	---------------------------------------	---

9. Форми поточного та підсумкового контролю.

Усний контроль на практичних заняттях, письмовий контроль під час написання двох модульних контрольних робіт.

10. Критерії оцінювання результатів навчання

Поточний і модульний контроль (60 балів)				Екзамен
Змістовий модуль 1 (30 балів)		Змістовий модуль 2 (30 балів)		
Поточний контроль	МКР № 1	Поточний контроль	МКР № 2	
15 балів	15 балів	15 балів	15 балів	40 балів

Модульна контрольна робота №1 містить чотири задачі, кожна задача оцінюється в 3,75 бала (max). Модульна

контрольна робота №2 містить п'ять задач, кожна задача оцінюється в 3 бали.

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ – 15 балів.

Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною системою за наступними критеріями:

Бали	Критерії оцінювання
12	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно без сторонньої допомоги справляється з практичними завданнями
10-11	Студент володіє теоретичним матеріалом і правильно розв'язує практичні завдання, але при розв'язанні допускає помилки і неточності.
7-9	Студент недостатньо володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує підказок, при викладі теоретичного матеріалу допускає неточності, помилки.
5-6	Студент не володіє теоретичним матеріалом, при розв'язуванні практичних завдань допускає значні помилки або потребує суттєвих підказок
1-4	Студент не володіє теоретичним матеріалом і розв'язує практичне завдання при суттєвій допомозі викладача та студентів
0	Не володіє теоретичним матеріалом, не виконав домашнього завдання, не може розв'язувати практичні завдання навіть при суттєвій допомозі викладача та студентів

Виводиться середнє арифметичне зароблених на практичних заняттях оцінок і бали за змістовий модуль нараховуються відповідно до „Тимчасового положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень студентів”.

Якщо $3M_1 + 3M_2 \geq 36$, то студент допущений до здачі екзамену.

У іншому випадку (< 36) – не допущено до екзамену.

Якщо на екзамені студент набрав ≥ 24 балів, то студент успішно склав екзамен, а в іншому випадку (< 24) – не склав.

Таблиця відповідності шкал оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти

Рейтингова оцінка з навчальної дисципліни	Оцінка за шкалою ECTS	Рекомендовані системою ECTS статистичні значення (у %)	Екзаменаційна оцінка за національною шкалою	Національна залікова оцінка
90-100 і більше	A (відмінно)	10	відмінно	зараховано
82-89	B (дуже добре)	25	добре	
75-81	C (добре)	30		
67-74	D (задовільно)	25	задовільно	
60-66	E (достатньо)	10		
35-59	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)		незадовільно	не зараховано
34 і менше	F (незадовільно з обов'язковим проведенням додаткової роботи щодо вивчення навчального матеріалу кредитного модуля)			

11. Рекомендована література

1. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей. – М.: ВШ, 1996. – 80 с.

2. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. – 328 с.
3. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: ВШ, 1979. – 408 с.
4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988. – 448 с.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: ВШ, 1979. – 400 с.
6. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
7. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ВШ, 1982. – 256 с.
8. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ВШ, 1991. – 400 с.
9. Конет І.М., Недокіс В.А. Практикум з теорії ймовірностей. – Кам'янець-Подільський: Абетка-світ, 2009. – 216 с.
10. Конет І.М., Недокіс В.А. Практикум з математичної статистики. – Кам'янець-Подільський: Абетка-світ, 2010. – 212 с.
11. Колде Я.К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – М.: ВШ, 1991. – 157 с.
12. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистики. – К.: Наук.думка, 1978. – 582 с.
13. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. *Под ред. А.А.Свешникова.* – М.: Наука, 1970. – 656 с.
14. Теорія ймовірностей. Збірник задач. *За заг. ред. А.В.Скорохода.* – К.: Вища школа, 1976. – 384 с.
15. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: ВШ, 1994. – 192 с.