Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Силабус навчальної дисципліни
«ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ»

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти	
Спеціальність	014 Середня освіта (Математика)	
Освітньо-професійна програма (ОПП)	Середня освіта (Математика, інформатика)	
Статус дисципліни	Нормативна	
Курс та семестр, на якому викладається дисципліна.	2 курс; 2 (другий) семестр	
Обсяг дисципліни, семестровий контроль	Кількість кредитів ЄКТС	6 кредитів ЄКТС
	Загальний обсяг годин	180 год.
	Кількість годин навчальних занять	72 год.
	Лекційні заняття	42 год.
	Практичні заняття	30 год.
	Семінарські заняття	0 год.
	Лабораторні заняття	0 год.
	Самостійна та індивідуальна робота	108
	Форма підсумкового контролю	залік
Інформація про викладача, що проводить лекційні заняття.	Ковальська Ірина Борисівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент E-mail ir-kov@ukr.net	
Інформація про викладача, що проводить практичні та лабораторні заняття.	Ковальська Ірина Борисівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент E-mail ir-kov@ukr.net	
Мова навчання	Українська	
Сторінка курсу в MOODLE	https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=2095	
Анотація до курсу	Вивчення дисципліни "Функціональний аналіз" передбачає ознайомлення студентів із деякими напрямами розвитку математичного аналізу в XX ст., поняттям потужності множини, теорією міри та інтеграла Лебега, лінійними нормованими та гільбертовими просторами, різними видами збіжності в цих просторах та рядами Фур'є періодичних функцій.	
Мета навчальної дисципліни	Основними завданнями вивчення дисципліни "Функціональний аналіз" є забезпечення ґрунтовного викладу теорії міри та інтеграла Лебега після попереднього ознайомлення студентів із поняттями потужності множини. Виклад теорії міри для більш усвідомленого її засвоєння, проводиться для множин з R з детальними обґрунтуваннями. Теорія інтеграла Лебега подається за схемою Лебега для вимірних функцій на абстрактних множинах. При розгляді основних понять і найпростіших властивостей лінійних нормованих і гільбертових	

	просторів, приділяється основна увага просторам $L_1(A)$ та $L_2(A)$. Після цього вивчаються класичні ряди Фур'є.
Пререквізити курсу	Знання шкільного курсу алгебри та початків математичного аналізу, курсу диференціального та інтегрального числення.
Технічне й програмне забезпечення	Аудиторія теоретичного навчання, проектор
Компетентності, формуванню яких сприяє дисципліна.	ЗК 03 Здатність до пошуку інформації, її аналізу та критичного оцінювання. ЗК 04 Здатність застосовувати набуті знання в практичних ситуаціях. ФК 01 Здатність формувати в учнів предметні компетентності. ФК 06 Здатність використовувати системні знання з математики, історії її виникнення та розвитку. ФК 07 Здатність ефективно застосувати ґрунтовні знання змісту шкільної математики. ФК 08 Здатність аналізувати математичну задачу, розглядати різні способи її розв'язування, зокрема, за допомогою програмного забезпечення загального і спеціального призначення та програмування. ФК 09 Здатність формувати в учнів переконання в необхідності обґрунтування гіпотез, розуміння математичного доведення.
Результати навчання	ПРН-1 Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій фундаментальної математики і використовувати їх на практиці. ПРН-2 Володіти основними поняттями та теоретичними основами класичних розділів математичної науки, базовими ідеями та методами математики, системою основних математичних структур і аксіоматичним методом, аналізувати елементарну математику з точки зору вищої математики. ПРН-3 Демонструвати культуру математичного мислення, логічну та алгоритмічну культуру. ПРН-8 Уміти розв'язувати задачі різних рівнів складності шкільного курсу математики. ПРН-15 Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку. ПРН-16 Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.
Зміст навчальної дисципліни	**Змістовий модуль 1.** **Потужність та міра множини, вимірні функції** **Тема 1. Потужність множини. Зліченні і континуальні множини** 1. Рівнопотужні множини. Поняття потужності множини. 2. Порівняння потужностей. Існування як завгодно великих потужностей. 3. Зліченні множини, їх властивості, приклади. 4. Множини потужності континууму, приклади і властивості. **Тема. 2. Деякі типи множин в метричному просторі** 1. Граничні і внутрішні точки, межові точки. Замкнені і відкриті множини. Множини типу F_σ та G_δ. 2. Похідна і замикання множини. Досконалі множини.

3. Скрізь щільні множини, сепарабельні метричні простори. Ніде не щільні множини. Приклади.
4. Структура відкритих, замкнених і досконалих множин. Канторові множини P_0 і G_0.
5. Алгебри і σ-алгебри множин. Борельові множини.

Тема 3. Міра Лебега лінійних множин

1. Міра проміжка. Елементарні множини, їх міра, властивості.
2. Зовнішня і внутрішня міри обмежених лінійних множин, їх існування та властивості. Міра Лебега.
3. Вимірність елементарних множин за Лебегом.
4. Верхня і нижня міри об'єднання множин.

Тема 4. σ-алгебра вимірних за Лебегом множин

1. Означення вимірності множин.
2. Неперервність міри.
3. Вимірність борельових множин.
4. Множини міри 0, повнота міри.
5. Існування невимірних множин. Міра необмежених множин.

Тема 5. Означення і основні властивості вимірної функції

1. Різні означення вимірної функції, їх еквівалентність.
2. Основні властивості і приклади вимірних функцій.
3. Алгебраїчні властивості вимірних функцій.

Тема. 6. Граничний перехід в множині вимірних функцій

1. Вимірність границі збіжної послідовності вимірних функцій. Збіжнімть майже скрізь.
2. Еквівалентні функції.
3. Збіжність за мірою, теореми Лебега і Рісса.
4. Структура вимірних функцій (теореми Єгорова, Фреше, Лузіна).

Змістовий модуль 2

Інтеграл Лебега, лінійні нормовані і гільбертові простори та ряди Фур'є

Тема 1. Інтеграл Лебега від обмежених вимірних функцій

1. Причини неінтегровності деяких функцій обмежених за Ріманом. Означення інтеграла Лебега від обмеженої вимірної функції.
2. Властивості інтегральних сум Лебега. Існування інтеграла Лебега від обмеженої вимірної функції.
3. Основні властивості інтеграла Лебега.

Тема 2. Інтеграл Лебега від необмежених функцій. Сумовні функції

1. Інтеграл Лебега від необмеженої невід'ємної функції.
2. Інтеграл Лебега від необмеженої функції довільного знаку.
3. Сумовні функції, їх основні властивості.
4. Повна адитивність і абсолютна неперервність інтеграла Лебега.
5. Граничний перехід під інтегралом Лебега.

Тема 3. Порівняння інтегралів Рімана і Лебега

1. Нижня і верхня функції Бера обмеженої функції, інтеграли Лебега від них.
2. Критерій Лебега інтегровності обмеженої функції за Ріманом.
3. Теорема про порівняння інтегралів Рімана і Лебега.

Тема. 4. Початкові відомості про лінійні нормовані і гільбертові простори. Простори $L_p(A)$ ($p \geq 1$)

1. Означення і найпростіші властивості ЛНП. Банахові простори.

	Приклади $l_p^{(n)}$, l_p, $C[a,b]$, $C^{(n)}[a,b]$). 2. Евклідові і унітарні простори, їх найпростіші властивості. Гільбертові простори. Приклади ($l_2^{(n)}$, l_2). 3. ЛНП $L_1(A)$, його неевклідовість. 4. Функції із сумовним квадратом. Простір $L_2(A)$ як евклідів простір. 5. Співвідношення між лінійними просторами $L_1(A)$ і $L_2(A)$.Види збіжності в лінійному просторі $L_2(A)$. 6. Простори $L_p(A)$ ($p \geq 1$). **Тема 5. Ортонормовані системи і ряди Фур'є в гільбертовому просторі.** 1. Ортогональність векторів гільбертового простору. Ортогональні і ортонормовані системи, їх найпростіші властивості, приклади. Розв'язування задач з цілими числами.
Політика курсу	Для здобувачів вищої освіти відвідування занять є обов'язковим. Поважними причинами для неявки на заняття є хвороба або академічна мобільність, які необхідно підтверджувати документами. Відсутність здобувача на заняттях передбачає самостійне опрацювання матеріалу та не звільняє здобувача від виконання завдання самостійної підготовки або завдання поточного та підсумкового контролю. Студент повинен відпрацювати або перездати певний вид роботи у випадках: – студент пропустив лекційне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та відповідати на питання в межах вивченого теоретичного матеріалу); – студент пропустив практичне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та уміти застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється); – якщо під час практичних занять студент отримав незадовільну оцінку (у цьому випадку студент зобов'язаний сумлінно оволодіти матеріалом та вміннями застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється). При умові відсутності заборгованостей та написанні модульних контрольних робіт на позитивну оцінку, залік виставляється автоматично. Самостійна робота включає теоретичне вивчення питань та відпрацювання практичних навичок передбачених програмним матеріалом, що стосуються тем навчальної дисципліни, які не ввійшли в лекційний курс, або були розглянуті коротко, їх поглиблене вивчення за рекомендованою літературою, а також виконання завдань з метою закріплення теоретичного матеріалу. Обов'язково дотримуватись норм етичної поведінки та академічної доброчесності, передбачених «Кодексом академічної доброчесності Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка».
Система оцінювання та вимоги	Оцінювання здобувачів вищої освіти здійснюється згідно «Положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти Кам'янець-Подільського національного

університету імені Івана Огієнка».

Максимальний бал оцінки поточної успішності здобувачів вищої освіти на навчальних заняттях рівний 12.

Здобувач вищої освіти, знання, уміння і навички якого на навчальних заняттях оцінено від 1 до 3 балів, вважається таким, що недостатньо підготувався до цих занять і має академічну заборгованість за результатами поточного контролю.

Обрахунок результатів навчальної діяльності та рейтингова оцінка у балах знань, умінь і навичок на навчальних заняттях з навчального (змістового) модуля обчислюється за такою формулою:

$$r = \left(0{,}05 * \bar{r} + 0{,}4\right) * r_{\max},$$

де $\bar{r}$ – середня оцінка навчальної діяльності на навчальних заняттях;

$r_{\max}$ – встановлений максимально можливий бал на оцінювання результатів навчальної діяльності на навчальних заняттях з навчального (змістового) модуля.

Модульна контрольна робота № 1 , 2 – 30 балів

МКР зараховується, якщо набрано не менше 18 балів.

Якщо набрано менше 18 балів, роботу потрібно перездати.

Кожен варіант контрольної роботи містить 5 завдань

Кожне завдання модульної контрольної роботи № 1 - 2 оцінюється за 6 бальною системою за наступною шкалою

Бали	Критерії оцінювання
6	Студент розв’язав завдання правильно
5	Студент розв’язав завдання правильно, але розв’язання оформлено неналежним чином
4	Студент розв’язав завдання правильно, але при цьому допущені неточності
3	Студент при розв’язуванні завдання допустив незначні помилки, які не вплинули на розв’язок або незначно його спотворили.
2	Студент знає схему розв’язування завдання, але при його розв’язанні допускає грубі помилки або не може відновити той чи інший етап розв’язування.
1	Студентом зроблені певні спроби розв’язання завдання, в розв’язку є раціональні зерна, але завдання в цілому виконано неправильно, допущені грубі помилки
0	Розв’язок завдання відсутній

РОЗПОДІЛ БАЛІВ ЗА ЗМІСТОВИМИ МОДУЛЯМИ:

для заліку

Поточний і модульний контроль (100 балів)				**Сума**
Змістовий модуль 1 (50 балів)		Змістовий модуль 2 (50 балів)		
Поточний контроль	МКР 1	Поточний контроль	МКР 2	100 балів
20 балів	30 балів	20 балів	30 балів	

	Семестровий залік за умови відсутності заборгованості виставляється за результатами поточного контролю.
Рекомендована література	ОСНОВНА 1. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. ч. 3. К: ВШ, 1979. 2. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. ч. 3. К: ВШ, 1992. 3. Натансон И.П. Теория функций действительной переменной. М.: Наука, 1974. 4. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. К.: ВШ, 1976. 5. Фишман І.М. Основи теорії функцій дійсної змінної. К.: ВШ, 1963. 6. Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анлизу. М.:Просвещение, 1973. 255 с. 7. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. М.: Просвещение, 1981. 270 с. ДОПОМІЖНА 8. Годич В.І. Елементарний адитивний аналіз ч 1. Кам.-Подільський : Кам.-Подільський державний педагогічний університет, 2000. 9. Годич В.І. Елементарний адитивний аналіз. Ч. 2. Вступ до спектральної теорії. - Кам'янець-Подільський : К-ПДПУ, ІВВ, 2004. - 220 с.