

**Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка**  
**Фізико-математичний факультет**  
**Кафедра математики**

### 1. Загальна інформація про курс

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Назва курсу,<br>мова викладання | <b>Методи розв'язування екстремальних задач та їх застосування</b><br>Мова викладання: українська                   |
| Викладачі                       | Гудима Уляна Василівна, доцент кафедри математики   |
| E-mail                          | <a href="mailto:ulaq2107@gmail.com">ulaq2107@gmail.com</a>  |
| Сторінка курсу в MOODLE         | <a href="https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=6511">https://moodle.kpnu.edu.ua/course/view.php?id=6511</a> |
| Консультації                    | Проведення очних консультацій   |

### 2. Анотація до курсу

Основними завданнями вивчення дисципліни «Методи розв'язування екстремальних задач та їх застосування» є озброєння майбутніх спеціалістів теоретичними знаннями та практичними навичками розв'язування задач лінійного, дискретного, нелінійного та опуклого програмування, основних оптимізаційних задач на мережах, матричних ігор тощо.

### 3. Мета та цілі курсу

**Метою вивчення навчальної дисципліни «Методи розв'язування екстремальних задач та їх застосування»** є ґрунтовна математична підготовка фахівців, розвиток їх логічного мислення, набуття теоретичних знань та оволодіння методами, необхідними для розв'язування оптимізаційних задач, що виникають в економіці, техніці, управлінні, на виробництві, у соціальній сфері тощо.

### 4. Формат курсу

Стандартний очний курс.

### 5. Результати навчання

Очікувані результати навчання з дисципліни «**Методи розв'язування екстремальних задач та їх застосування**»:

**знати:**

- теорію лінійного програмування;
- основні положення оптимізаційних задач на мережах;
- елементи теорії матричних ігор;
- загальні питання нелінійного програмування;
- основні властивості унімодальних функцій;
- необхідні та достатні умови екстремуму функцій кількох змінних;
- основні питання загальної теорії опуклого програмування тощо.

**вміти:**

Застосовувати до розв'язування задач оптимізації такі методи:

Для розв'язування задач лінійного програмування: графічний метод; симплекс-метод; метод штучного базису;

Для розв'язування задач на мережах: метод Мінті; метод Форда-Фалкерсона.

Для відшукування змішаних стратегій матричних ігор: методи лінійного програмування; розв'язування систем лінійних рівнянь у випадку матричної гри  $2 \times 2$ ; метод Брауна-Робінсон.

Для розв'язування задач одновимірної оптимізації: метод дихотомії або ділення відрізка навпіл; метод золотого перетину; метод Фібоначчі.

Для розв'язування класичних задач умовної оптимізації: метод множників Лагранжа.

Для розв'язування задач нелінійного програмування: квадратичний симплекс-метод; градієнтні методи безумовної оптимізації; субградієнтний метод; метод Зойтендейка.

## 6. Обсяг і ознаки курсу

| Найменування показників            | Характеристика навчального курсу   |
|------------------------------------|--|
|                                    | Денна форма навчання   |
| Освітня програма, спеціальність    | Середня освіта (Математика, інформатика),<br>014 Середня освіта (Математика) |
| Рік навчання                       | перший/2020-2021/другий/2021-2022  |
| Семестр вивчення                   | 2,3  |
| Нормативна/вибіркова               | нормативна   |
| Кількість кредитів ЄКТС            | 5  |
| Загальний обсяг годин              | 150  |
| Кількість годин навчальних занять  | 70   |
| Лекційні заняття                   | 34   |
| Практичні заняття                  | 36   |
| Семінарські заняття                | -  |
| Лабораторні заняття                | -  |
| Самостійна та індивідуальна робота | 80 год.  |
| Форма підсумкового контролю        | залік  |

## 7. Пререквізити курсу

Передумовами для вивчення дисципліни є вивчення математичного аналізу, лінійної алгебри, дискретної математики, функціонального аналізу, методів оптимізації

## 8. Технічне й програмне забезпечення

Вивчення курсу не потребує використання програмного забезпечення.

## 9. Політика курсу

Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу.

Студент повинен відпрацювати або перездати певний вид роботи у випадках:

- студент пропустив лекційне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та відповідати на питання в межах вивченого теоретичного матеріалу);
- студент пропустив практичне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та уміти застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється);
- якщо під час практичних занять студент отримав незадовільну оцінку (у цьому випадку студент зобов'язаний сумлінно оволодіти матеріалом та вміннями застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється).

При умові відсутності заборгованостей та написанні модульних контрольних робіт на позитивну оцінку, допуск до екзамену виставляється автоматично.

## 10. Схема курсу

### Змістовий модуль 1. Спеціальні класи задач лінійного програмування

| Тема   | Форма заняття   | Завдання  | Вага оцінки                                 |
|--|---|---|---|
| <b>Тема 1. Основні властивості задач лінійного програмування</b> | Лекція (2 год).<br>Практичне заняття (2 год).<br>Самостійна робота (6 год). | Розглянути:<br>–Різні форми запису задачі лінійного програмування та правила переходу від однієї форми до іншої | Відповідь на практичних заняттях оцінюється |

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
|  |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>–Графічний метод розв’язування задачі лінійного програмування.</li> <li>– Властивості множини допустимих розв’язків задачі лінійного програмування. Базисні допустимі розв’язки задачі лінійного програмування, записаної у канонічній формі, та їх зв’язок з вершинами многогранної множини допустимих розв’язків цієї задачі.</li> </ul>   | по 12-бальній системі оцінювання.   |
| <b>Тема 2. Симплексний метод розв’язування задач лінійного програмування.</b>  | Лекція (4 год).<br>Практичне заняття (4 год).<br>Самостійна робота (10 год). | <ul style="list-style-type: none"> <li>–Існування оптимального базисного допустимого розв’язку задачі лінійного програмування, яка має оптимальний розв’язок.</li> <li>– Симплексний метод розв’язування задачі лінійного програмування:</li> <li>– Ознака оптимальності базисного допустимого розв’язку.</li> <li>– Ознака необмеженості зверху цільової функції задачі лінійного програмування на множині її допустимих розв’язків.</li> <li>– Описання симплекс-методу розв’язання задачі лінійного програмування.</li> <li>– Про скінченність симплекс-методу. Поняття про за циклювання</li> </ul> | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання. |
| <b>Тема 3. Потоки на мережі.</b>   | Лекція (4 год).<br>Практичне заняття (4 год).<br>Самостійна робота (4 год).  | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Поняття графа, мережі, потоку в мережі.</li> <li>– Критерій існування потоку в мережі. Постановка задачі про оптимальний потік на мережі.</li> <li>– Задача про найкоротший шлях. Метод Мінті її розв’язування.</li> <li>– Задача про максимальний потік.</li> <li>– Теорема Форда – Фалкерсона.</li> <li>– Метод Форда – Фалкерсона розв’язування задачі про максимальний потік.</li> </ul>   | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання. |
| <b>Тема 4. Задача дискретного програмування. Метод Дальтона-Ллевеліна розв’язування дискретної задачі лінійного програмування.</b> | Лекція (2 год).<br>Практичне заняття (4 год).<br>Самостійна робота (4 год).  | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Постановка задачі дискретного програмування;</li> <li>– Частково-дискретні та повністю дискретні задачі лінійного програмування;</li> <li>– Метод Дальтона-Ллевеліна розв’язування задачі лінійного програмування.</li> </ul>  | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання. |
| <b>Тема 4. Елементи теорії матричних ігор.</b>   | Лекція (4 год).<br>Практичне заняття (4 год).<br>Самостійна робота (4 год).  | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Поняття матричної гри. Приклади. Оптимальні чисті стратегії. Поняття сідлової точки функції. Критерій виконання рівності</li> </ul>  | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-                            |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   | $\min_{x \in X} \max_{y \in Y} f(x, y) = \max_{y \in Y} \min_{x \in X} f(x, y)$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– Критерій існування розв'язку матричної гри у чистих стратегіях.</li> <li>– Оптимальні змішані стратегії. Відшукування оптимальних змішаних стратегій та ціни матричної гри з допомогою лінійного програмування.</li> <li>– Теорема про існування оптимальних змішаних стратегій матричної гри (теорема про мінімакс).</li> <li>– Відшукування оптимальних змішаних стратегій та ціни матричної гри розмірності <math>2 \times 2</math>.</li> <li>– Ітеративний метод Брауна-Робінсон відшукування наближених значень оптимальних змішаних стратегій та ціни матричної гри.</li> </ul> | бальній системі оцінювання.  |
| <b>Тема 5. Задача дробово-лінійного програмування.</b> | Лекція (4 год).<br>Практичне заняття (4 год).<br>Самостійна робота (4 год). | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Графічний метод розв'язування задачі дробово-лінійного програмування;</li> <li>– Зведення задачі дробово-лінійного програмування до задачі лінійного програмування</li> </ul>   | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.  |
| Мкр №1   | Практичне заняття (2 год).<br>Самостійна робота (6 год).                    | МКР містить 5 задач. Кожна задача оцінюється максимально у 6 балів   | Максимально можна отримати за написання МКР 30 балів. Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на 18 балів, потрібно виконати повторно. |

## Змістовий модуль 2. Елементи нелінійного програмування

| Тема  | Форма заняття   | Завдання   | Вага оцінки                                 |
|---|---|--|---|
| <b>Тема 1.</b> Класичні методи оптимізації.     | Лекція (2 год).<br>Самостійна робота (8 год).               | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Необхідні та достатні умови екстремуму.</li> <li>– Геометрична інтерпретація методу Лагранжа.</li> <li>– Метод множників Лагранжа у випадку обмежень – нерівностей</li> </ul> |   |
| <b>Тема 2.</b> Елементи опуклого програмування. | Лекція (4 год).<br>Практичне заняття (4 год).<br>Самостійна | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Загальна теорія.</li> <li>– Теорема Куна-Таккера.</li> <li>– Теорія двоїстості математичного програмування.</li> </ul>  | Відповідь на практичних заняттях оцінюється |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  | робота (6 год).   | – Задача опуклого квадратичного програмування.<br>– Квадратичний симплекс-метод.   | по 12-бальній системі оцінювання.  |
| <b>Тема 3.</b> Методи одновимірної оптимізації | Лекція (4 год).<br>Практичне заняття (2 год).<br>Самостійна робота (8 год). | –Метод дихотомії або ділення відрізка навпіл;<br>– Метод золотого перетину;<br>– Метод Фібоначчі.  | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.  |
| <b>Тема 4.</b> Градієнтні методи.              | Лекція (2 год).<br>Практичне заняття (2 год).<br>Самостійна робота (6 год). | – Градієнтні методи безумовної оптимізації.<br>– Градієнтний метод з подрібненням кроку.<br>– Метод найшвидшого спуску.<br>–Субградієнтний метод.    | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.  |
| <b>Тема 5.</b> Методи можливих напрямків.      | Лекція (2 год).<br>Практичне заняття (2 год).<br>Самостійна робота (6 год). | – Метод Зойтендейка.<br>– Метод можливих напрямків для задачі з нелінійною цільовою функцією і лінійними обмеженнями.<br>– Метод проєкцій градієнта. | Відповідь на практичних заняттях оцінюється по 12-бальній системі оцінювання.  |
| Мкр №2   | Практичне заняття (2 год).<br>Самостійна робота (8 год).                    | МКР містить 5 задач. Кожна задача оцінюється максимально у 6 балів.  | Максимально можна отримати за написання МКР 30 балів. Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на 18 балів, потрібно виконати повторно. |

### 11. Система оцінювання та вимоги

**Критерії оцінювання результатів** Поточний контроль на практичних заняттях - 12 балів. Оцінювання на практичних заняттях відбувається за 12 бальною системою відповідно до критеріїв визначених Тимчасовим положенням про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка (зі змінами та доповненнями).

#### Модульні контрольні роботи № 1, 2 – по 30 балів.

Кожна робота містить по 5 задач. За відповіді на питання бали нараховуються відповідно до таких критеріїв:

|                |   |
|----------------|---|
| <b>6 балів</b> | Студент виявляє глибокі фундаментальні знання, повно викладає вивчений матеріал, розуміє можливість різних тлумачень однієї і тієї ж проблеми, вміє оцінювати аргументи для її доведення, формулює своє бачення проблеми, виявляє розуміння матеріалу, може обґрунтувати судження, застосувати знання |
|----------------|---|

|               |  |
|---------------|--|
|               | на практиці у нестандартних ситуаціях, наводити необхідні приклади, викладає матеріал логічно, послідовно.   |
| <b>5 бали</b> | Студент виявляє достатні знання теорії, повно викладає вивчений матеріал, виявляє розуміння предмета висловлення, але при цьому студент допускає 1-2 несуттєвих помилки або 1-2 недоліки в послідовності викладу матеріалу. Студент вміє наводити власні приклади на підтвердження нових думок, може застосувати вивчений матеріал у стандартних та дещо змінених ситуаціях. |
| <b>4 бали</b> | Студент виявляє достатні знання теорії, повно викладає вивчений матеріал, виявляє розуміння предмета висловлення, але при цьому студент допускає 1-2 несуттєвих помилки і 1-2 недоліки в послідовності викладу матеріалу. Студент вміє наводити власні приклади на підтвердження нових думок, може застосувати вивчений матеріал у стандартних та дещо змінених ситуаціях.   |
| <b>3 бали</b> | Якщо студент виявляє знання і розуміння основних положень предмета, але викладає матеріал неповно: правильно формулює означення та теореми, але не спроможний їх доводити.<br>Не вміє досить глибоко і доказово обґрунтовувати свої судження і наводити приклади.  |
| <b>2 бали</b> | Якщо студент виявляє незнання більшої частини вивченого матеріалу. Допускає помилки у формулюванні понять, які спотворюють їх зміст, не вміє самостійно побудувати систему вивчення певних тем, хаотично і невпевнено викладає матеріал. Студент неспроможний виконати стандартні завдання навіть після навідних запитань викладача.   |
| <b>1 бал</b>  | Якщо студент виявляє повне незнання частини вивченого матеріалу.   |

Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на **18** балів, потрібно виконати повторно.

#### РОЗПОДІЛ БАЛІВ ЗА ЗМІСТОВИМИ МОДУЛЯМИ :

| Поточний і модульний контроль (100 балів) |          |                               |          | Сума |
|---|----------|-------------------------------|----------|------|
| Змістовий модуль 1 (50 балів)             |          | Змістовий модуль 2 (50 балів) |          | 100  |
| Поточний контроль                         | МКР      | Поточний контроль             | МКР      |      |
| 20 балів                                  | 30 балів | 20 балів                      | 30 балів |      |

#### РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

##### Рекомендована література

##### Основна література

1. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. Навчальний електронний посібник для студентів спеціальностей “Прикладна математика”, “Інформатика”, “Соціальна інформатика”. Київ: Електронне видання. Електронна бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету ім. Т. Шевченка, 2003р. 215 с.
2. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І. Методичні рекомендації до виконання практичних лабораторних та самостійних робіт з методів оптимізації та математичного програмування на персональних комп’ютерах. Київ: ВПЦ “Київський університет”, 1998. 56 с.
3. Кучма М.І. Математичне програмування: приклади і задачі. Навчальний посібник. Львів : Новий світ, 2000, 2006. 344 с.
4. Цегелик Г.Г. Лінійне програмування. Львів: Світ, 1995. 215 с.
5. Степанюк В.В. Методи математичного програмування. Київ : Вища школа, 1977. 271 с.

6. Гудима У.В. Лінійне програмування в прикладах і задачах: навчальний. Кам'янець-Подільський: «Медобори – 2006», 2012. 104 с.

#### **Додаткова література**

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М. : Наука, 1988. 549 с.
2. Бейко И.В., Бублик Б.Н., Зинько П.Н. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. Киев : Вища школа, 1983. 511 с.
3. Кармаков В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1986. 286 с.
4. Аоки М. Введение в методы оптимизации. М.: Наука, 1977. 344 с.
5. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. М. : Наука, 1969. 368 с.
6. Заславский Ю.Л. Сборник задач по линейному программированию. М. : Наука, 1969. 256 с.
7. Катренко А.В. Дослідження операцій. Підручник. Львів : Магнолія Плюс, 2004. 549 с.
8. Л.М. Вивальнюк, О.І. Соковенко, Ю.В. Костарчук та ін. Задачі оптимізації. Посібник для факультативних занять у 10-11 класах. К. : Рад. школа, 1991. 175 с.