

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики

Силабус навчальної дисципліни
«ОПУКЛИЙ АНАЛІЗ»

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський) рівень вищої освіти	
Спеціальність	Усі	
Освітньо-професійна програма (ОПП)	Усі	
Статус дисципліни	Освітній компонент за вибором здобувачів вищої освіти	
Курс та семестр, на якому викладається дисципліна.	2 / 4 курси; 4 / 8 семестри	
Обсяг дисципліни, семестровий контроль	Кількість кредитів ЄКТС	4 кредити ЄКТС
	Загальний обсяг годин	120 год.
	Кількість годин навчальних занять	40 год.
	Лекційні заняття	20 год.
	Практичні заняття	20 год.
	Семінарські заняття	0 год.
	Лабораторні заняття	0 год.
	Самостійна та індивідуальна робота	80
Форма підсумкового контролю	залік	
Інформація про викладача, що проводить лекційні заняття.	Гудима Уляна Василівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики E-mail: ulag2107@gmail.com	
Інформація про викладача, що проводить практичні та лабораторні заняття.	Гудима Уляна Василівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики E-mail: ulag2107@gmail.com	
Мова навчання	Українська	
Сторінка курсу в MOODLE		
Анотація до курсу	Дисципліна «Опуклий аналіз» належить до навчальних дисциплін, які забезпечують професійний розвиток студентів та спрямовані на більш повне, глибоке та детальне засвоєння деяких розділів математики. Зокрема, навчальна дисципліна передбачає вивчення основних понять, тверджень, теорем, що стосуються властивостей опуклих множин та опуклих функцій, субдиференціального числення опуклих функцій та їх застосування при дослідженні задачі опуклого програмування.	
Мета навчальної дисципліни	Оволодіння студентами загальними властивостями лінійних і лінійних топологічних просторів, теорією опуклих множин цих просторів та опуклих функцій, заданих на них, теорією двоїстості опуклих функцій та їх субдиференціальним численням	
Пререквізити курсу	Передумовами для вивчення дисципліни є вивчення диференціального та інтегрального числення, лінійної алгебри, дискретної математики, функціонального аналізу.	
Технічне й програмне забезпечення	Аудиторія теоретичного навчання	
	<ul style="list-style-type: none"> – Здатність формувати в учнів предметні компетентності. – Здатність використовувати системні знання з математики. – Здатність аналізувати математичну задачу, розглядати різні 	

<p>Компетентності, формуванню яких сприяє дисципліна.</p>	<p>способи її розв'язування. – Здатність формувати в учнів переконання в необхідності обґрунтування гіпотез, розуміння математичного доведення. – Здатність оперувати загальними властивостями лінійних і лінійних топологічних просторів, теорією опуклих множин цих просторів та опуклих функцій, заданих на них, теорією двоїстості опуклих функцій та їх субдиференціальним численням.</p>
<p>Результати навчання</p>	<p>– Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій фундаментальної математики і використовувати їх на практиці. – Володіти основними поняттями та теоретичними основами класичних розділів математичної науки, базовими ідеями та методами математики, системою основних математичних структур і аксіоматичним методом, аналізувати елементарну математику з точки зору вищої математики. – Демонструвати культуру математичного мислення, логічну та алгоритмічну культуру. – Досліджувати функції, задані на лінійних та лінійних топологічних просторах на опуклість, знаходити функції, спряжені до них. – Знаходити субградієнти та субдиференціали опуклих функцій, похідні цих функцій за напрямком з допомогою зв'язку між похідною функції за напрямком та їх субдиференціалом у відповідній точці. – Використовувати необхідні та достатні умови оптимального розв'язку задачі опуклого програмування для відшукування цього розв'язку.</p>
<p>Зміст навчальної дисципліни</p>	<p>Змістовий модуль 1. Необхідні відомості з функціонального аналізу. Опуклі множини та опуклі функції Тема 1. Топологічні простори. Топологічні простори. Відкриті та замкнені множини топологічного простору. Критерій відкритої множини топологічного простору. Тема 2. Метричні простори як часткові випадки топологічних просторів. Лінійні простори над полем дійсних чисел. Лінійні нормовані простори. Означення метричного простору. Приклади. Відкриті множини метричного простору. Метрична топологія. Компактні множини метричного простору. Лінійні простори над полем дійсних чисел. Приклади. Підпростір лінійного простору. Алгебраїчна сума двох множин лінійного простору. Добуток числа на множину лінійного простору. Лінійні нормовані простори. Задання метрики в лінійному нормованому просторі. Неперервність операцій додавання двох елементів лінійного нормованого простору та множення числа на елемент цього простору Тема 3. Лінійні топологічні простори. Лінійні топологічні простори (л.т.п.). Приклади. Зсув відкритої множини л.т.п. на елемент цього простору, добуток відкритої множини л.т.п. на відмінне від нуля число. Базиси околів нуля л.т.п. та довільної точки цього простору, зв'язок між ними. Поглинаючі та зрівноважені множини л.т.п. Базис околів нуля л.т.п. який складається з поглинаючих та зрівноважених околів. Обмежені множини л.т.п. Критерій обмеженості множини. Критерій віддільності л.т.п. Замикання множини л.т.п. Тема 4. Опуклі множини лінійних просторів. Опуклі оболонки множини. Опуклі множини л.т.п.</p>

	<p>Відрізок лінійного простору. Поняття опуклої множини лінійного простору. Приклади опуклих множин. Властивості опуклих множин лінійного простору. Опукла комбінація точок лінійного простору. Опукла оболонка множини лінійного простору. Властивості опуклої оболонки множини. Теорема Каратеодорі. Опуклі множини л.т.п. Властивості опуклих множин л.т.п. Тема 5. Функціонали. Неперервні функціонали. Лінійні функціонали. Функціонали. Неперервні функціонали. Критерій неперервності функціонала. Лінійні функціонали. Лінійні неперервні функціонали, задані на л.т.п. та деякі їх властивості. Простір спряжений з л.т.п. Тема 6. Теореми про віддільність двох опуклих множин л.т.п. Теорема Гана-Банаха в геометричній формі в л.т.п. Перша теорема віддільності двох опуклих множин л.т.п. Поняття локально опуклого лінійного топологічного простору. Друга теорема віддільності. Тема 7. Опуклі функції та їх властивості. Поняття ефективної області та надграфіка функції, власної функції. Опуклі функції та їх властивості. Приклади опуклих функцій. Критерій опуклості власної функції. Умова, за якої опукла функція дорівнює на внутрішності її ефективної області. Властивості опуклих функцій. Нерівність Іенсена. Тема 8. Неперервність опуклих функцій. Замкнені, півнеперервні знизу функції, зв'язок між ними та їх властивості. Неперервність опуклих функцій. Критерій неперервності власної опуклої функції в точці її ефективної області. Умови, за яких опукла функція задовольняє умові Ліпшиця. Замкнені, півнеперервні знизу функції, зв'язок між ними та їх властивості. Тема 9. Постановка задачі опуклого програмування. Теорема Куна-Таккера. Тема 10. Теорема Дубовицького-Мілютіна про субдиференціал максимуму кількох функцій. Основні теореми про субдиференціали. Теорема Моро-Рокафеллара про субдиференціал суми кількох опуклих функцій. Теорема Дубовицького-Мілютіна про субдиференціал максимуму кількох опуклих функцій.</p>
<p>Політика курсу</p>	<p>Для здобувачів вищої освіти відвідування занять є обов'язковим. Поважними причинами для неявки на заняття є хвороба або академічна мобільність, які необхідно підтверджувати документами. Відсутність здобувача на заняттях передбачає самостійне опрацювання матеріалу та не звільняє здобувача від виконання завдання самостійної підготовки або завдання поточного та підсумкового контролю.</p> <p>Студент повинен відпрацювати або перездати певний вид роботи у випадках:</p> <ul style="list-style-type: none"> – студент пропустив лекційне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та відповідати на питання в межах вивченого теоретичного матеріалу); – студент пропустив практичне заняття (у цьому випадку студент зобов'язаний самостійно оволодіти пропущеним матеріалом та уміти застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється);

	<p>– якщо під час практичних занять студент отримав незадовільну оцінку (у цьому випадку студент зобов'язаний сумлінно оволодіти матеріалом та вміннями застосовувати його на практиці; відпрацьоване заняття оцінюється).</p> <p>При умові відсутності заборгованостей та написанні модульної контрольної роботи на позитивну оцінку залік виставляється автоматично за результатами поточного контролю та модульної контрольної роботи.</p> <p>Самостійна робота включає теоретичне вивчення питань та відпрацювання практичних навичок передбачених програмним матеріалом, що стосуються тем навчальної дисципліни, які не ввійшли в лекційний курс, або були розглянуті коротко, їх поглиблене вивчення за рекомендованою літературою, а також виконання завдань з метою закріплення теоретичного матеріалу.</p> <p>Обов'язково дотримуватись норм етичної поведінки та академічної доброчесності, передбачених «Кодексом академічної доброчесності Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка».</p>						
<p>Система оцінювання та вимоги</p>	<p>Оцінювання здобувачів вищої освіти здійснюється згідно «Положення про рейтингову систему оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка».</p> <p>Максимальний бал оцінки поточної успішності здобувачів вищої освіти на навчальних заняттях рівний 12.</p> <p>Здобувач вищої освіти, знання, уміння і навички якого на навчальних заняттях оцінено від 1 до 3 балів, вважається таким, що недостатньо підготувався до цих занять і має академічну заборгованість за результатами поточного контролю.</p> <p>Обрахунок результатів навчальної діяльності та рейтингова оцінка у балах знань, умінь і навичок на навчальних заняттях з навчального (змістового) модуля обчислюється за такою формулою:</p> $r = 0,05 \cdot \bar{r} + 0,4 \cdot r_{\max}$ <p>де \bar{r} – середня оцінка навчальної діяльності на навчальних заняттях;</p> <p>r_{\max} – встановлений максимально можливий бал на оцінювання результатів навчальної діяльності на навчальних заняттях з навчального (змістового) модуля.</p> <p>Модульна контрольна робота містить 5 задач. Кожна задача оцінюється за 12-бальною шкалою.</p> <p>Відповіді студентів на практичних заняттях оцінюються за 12-бальною шкалою за наступними критеріями:</p> <table border="1" data-bbox="561 1518 1430 2130"> <thead> <tr> <th data-bbox="561 1518 710 1563">Бали</th> <th data-bbox="715 1518 1430 1563">Критерії оцінювання</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="561 1563 710 1868">12</td> <td data-bbox="715 1563 1430 1868">Студент виявляє глибокі фундаментальні знання, повно викладає вивчений матеріал, розуміє можливість різних тлумачень однієї і тієї ж проблеми, вміє оцінювати аргументи для її доведення, формулює своє бачення проблеми, виявляє розуміння матеріалу, може обґрунтувати судження, застосувати знання на практиці у нестандартних ситуаціях, наводити необхідні приклади, викладає матеріал логічно, послідовно.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="561 1868 710 2130">10-11</td> <td data-bbox="715 1868 1430 2130">Студент виявляє достатні знання теорії, повно викладає вивчений матеріал, виявляє розуміння предмета висловлення, але при цьому студент допускає 1-2 несуттєвих помилки або 1-2 недоліки в послідовності викладу матеріалу. Студент вміє наводити власні приклади на підтвердження нових думок, може застосувати вивчений матеріал у стандартних та дещо змінених ситуаціях.</td> </tr> </tbody> </table>	Бали	Критерії оцінювання	12	Студент виявляє глибокі фундаментальні знання, повно викладає вивчений матеріал, розуміє можливість різних тлумачень однієї і тієї ж проблеми, вміє оцінювати аргументи для її доведення, формулює своє бачення проблеми, виявляє розуміння матеріалу, може обґрунтувати судження, застосувати знання на практиці у нестандартних ситуаціях, наводити необхідні приклади, викладає матеріал логічно, послідовно.	10-11	Студент виявляє достатні знання теорії, повно викладає вивчений матеріал, виявляє розуміння предмета висловлення, але при цьому студент допускає 1-2 несуттєвих помилки або 1-2 недоліки в послідовності викладу матеріалу. Студент вміє наводити власні приклади на підтвердження нових думок, може застосувати вивчений матеріал у стандартних та дещо змінених ситуаціях.
Бали	Критерії оцінювання						
12	Студент виявляє глибокі фундаментальні знання, повно викладає вивчений матеріал, розуміє можливість різних тлумачень однієї і тієї ж проблеми, вміє оцінювати аргументи для її доведення, формулює своє бачення проблеми, виявляє розуміння матеріалу, може обґрунтувати судження, застосувати знання на практиці у нестандартних ситуаціях, наводити необхідні приклади, викладає матеріал логічно, послідовно.						
10-11	Студент виявляє достатні знання теорії, повно викладає вивчений матеріал, виявляє розуміння предмета висловлення, але при цьому студент допускає 1-2 несуттєвих помилки або 1-2 недоліки в послідовності викладу матеріалу. Студент вміє наводити власні приклади на підтвердження нових думок, може застосувати вивчений матеріал у стандартних та дещо змінених ситуаціях.						

	7-9	Якщо студент виявляє знання і розуміння основних положень предмета, але викладає матеріал неповно: правильно формулює означення та теореми, але не спроможний їх доводити. Не вміє досить глибоко і доказово обґрунтувати свої судження і наводити приклади.
	5-6	Якщо студент виявляє незнання більшої частини вивченого матеріалу. Допускає помилки у формулюванні понять, які спотворюють їх зміст, не вміє самостійно побудувати систему вивчення певних тем, хаотично і невпевнено викладає матеріал.
	4	Якщо студент виявляє фрагментарне знання частини вивченого матеріалу.
	3-0	Якщо студент виявляє повне незнання значної частини вивченого матеріалу.
Модульну контрольну роботу, оцінену менше ніж на 36 балів, потрібно виконати повторно.		
РОЗПОДІЛ БАЛІВ ЗА ЗМІСТОВИМИ МОДУЛЯМИ:		
Змістовий модуль 1(100 балів)		Сума
Поточний контроль	МКР	100
40	60	
Рекомендована література	ОСНОВНА	
	<p>1. Гудима У.В., Гнатюк В.О. Опуклий аналіз. Навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2019. 112 с. 111.</p> <p>2. Моклячук М.П. Основи опуклого аналізу. Навчальний посібник. К.: Видавництво ТВіМС, 2004. – 240 с.</p> <p>3. Моклячук М.П. Негладкий аналіз та оптимізація: навчальний посібник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. 399 с.</p> <p>4. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2009. 380 с.</p>	
Рекомендована література		ДОПОМІЖНА
		<p>1. Жалдак М.І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації: навчальний посібник. Черкаси: Брама-Україна, 2005. 608 с.</p> <p>2. Zălinescu, Constantin (30 July 2002). Convex Analysis in General Vector Spaces. River Edge, N.J. London: World Scientific Publishing.</p> <p>3. Ус С.А. Функціональний аналіз: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2013. 236 с.</p>